

芸術的な高校入試第 59 回

美しさ：★★★★☆☆

難易度：★★★★☆☆

出典：1981 年度 宮崎県

白玉 2 個，青玉 3 個入っている袋 A と，赤玉，白玉合わせて 10 個入っている袋 B がある。いずれの玉も形，大きさ等は全く同じで色だけが異なっている。これをもとにして下の各問に答えなさい。

- (1) 袋 A から 1 個の玉をとり出すとき，それが青玉である確率を求めなさい。
- (2) 袋 A から同時に 2 個の玉をとり出すとき，少なくとも 1 個が白玉である確率を求めなさい。
- (3) 袋 B から 1 個の玉をとり出すとき，それが赤玉である確率は，袋 B に袋 A の玉全部入れてよくまぜた 15 個の中から 1 個の玉をとりだすとき，それが青玉または白玉である確率より $\frac{1}{6}$ 大きい。もとの袋 B の赤玉と白玉の個数を，方程式を用いて求めなさい。

【解答例】**(1) (3点) 正答率 93.7%**

白玉 2 個 + 青玉 3 個 = 5 個のうち、青玉 3 個引く確率だから、

 $\frac{3}{5}$ **(2) (5点) 正答率 25.3%****【解法 1】** 大人しく樹形図を描く20 通りのうち、14 通りであるから、求める確率は、 **$\frac{7}{10}$** **【解法 2】** 余事象を考える

「少なくとも 1 個が白玉である確率」= 1 - 「青玉 2 個の確率」

$$1 - \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

(3) (方程式 3点, 答え各 2点) 正答率 7.3%袋 B の赤玉の数を x , 白玉の数を $10 - x$ 個とする。袋 B から 1 個の玉をとり出すとき、それが赤玉である確率 = P_1 袋 B に袋 A の玉全部入れてよくまぜた 15 個の中から 1 個の玉をとり出すとき、それが青玉または白玉である確率 = P_2 とすると、

$$P_1 = \frac{x}{10}, \quad P_2 = \frac{5 + (10 - x)}{15} \quad \text{なので, } P_1 - P_2 = \frac{1}{6} \text{ より, } \frac{x}{10} - \frac{15 - x}{15} = \frac{1}{6}$$

$$\text{両辺 30 倍して, } 3x - 30 + 2x = 5 \quad 5x = 35 \quad x = 7$$

よって白玉の数は $10 - 7 = 3$ **(答え) 赤玉 7 個, 白玉 3 個**

【コメント】

(1) は基本的な知識を確認しています。とはいえ、誤答例になぜか「 $1/2$, $1/5$, $3/10$ 」があったそうです。こういう解答する層の中学生は、個別指導塾にお客様として飼い慣らされます。塾は慈善団体ではありません。気をつけましょう。

(2) も樹形図書けば良いだけな気がしますが、一気に正答率が落ちますね。教科書レベルなのに。昭和の時代も令和の時代も、結構な割合の中学生が「樹形図」を描けないみたいです。または最後らへんの問題だったから諦めたとか？誤答例は「 $2/5$, $1/5$, $3/5$ 」があったそうです。私、誤答例とか考えたことあまりないのですが、これらの誤答はどうやって出したんだろう……？中学生の脳内が気になる。

(3) が大人には簡単だけど中学生には非常に難しい問題だと思われま

①問題文を「袋 B から 1 個の玉をとり出すとき、それが赤玉である確率」「袋 B に袋 A の玉全部入れてよくまぜた 15 個の中から 1 個の玉をとり出すとき、それが青玉または白玉である確率」と区切って読む能力、②区切ったうえで個々の確率を文字で表し方程式を作る、中学生には非常に難関。1つ1つのことは（文字 x 入っているけど）とても簡単なことですが、それが何個も組み合わせさって滅茶苦茶難しい、そんな問題です。一度経験しておくの良い問題だと思われま

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>