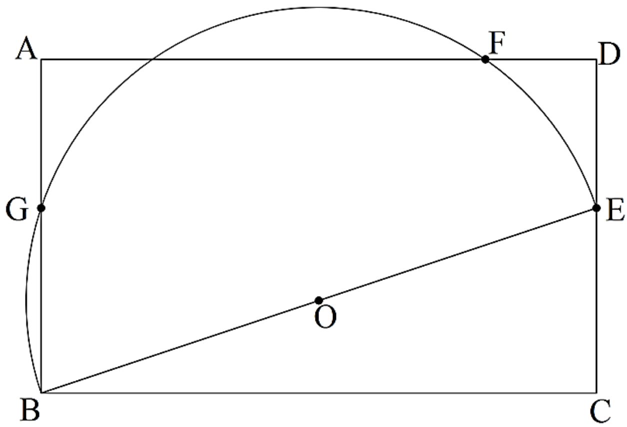
芸術的な高校入試第 5 回	
美しさ：★★★★☆☆	難易度：★★★★☆☆

出典：2015 年度　立川高校　など（グループ作成校）

下の図のように，AB＝6 cm，BC＝10 cm の長方形 ABCD があります。辺 CD 上に点 E を取り，BE を直径，点 O を中心とする半円を，辺 AD と交わるように書きます。半円と辺 AD との交点のうち，点 D に近い方を点 F，半円と辺 AB との交点を点 G とします。次の問いに答えなさい。



問 1　∠CBF＝45°のとき，△BEF の面積を求めなさい。

問 2　BE//GF とします。

（1）△BCE≡△BFE を証明しなさい。

（2）線分 CE の長さを求めなさい。

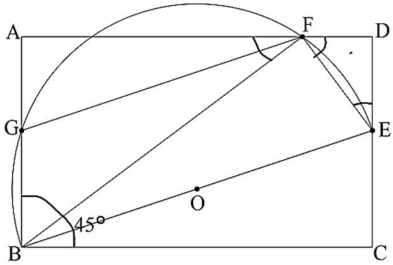
【解答例】

問 1（7 点）

∠CBF＝45° より，図の各所に 45° ができる。

AB＝AF＝6 cm，DF＝DE＝4 cm となるから，$BF = 6\sqrt{2}$ cm，$EF = 4\sqrt{2}$ cm，

∠BFE＝90° なので，△BEF＝**24 cm²**



問 2（1）（10 点）

【解答例 1】公式の解答

△BCE と△BFE において，

BE は直径で，直径に対する円周角だから，∠BFE＝90°

仮定より∠BCE＝90° であるから，∠BCE＝∠BFE＝90° …①

共通な辺だから，BE＝BE…②

また，直径に対する円周角だから，∠BGE＝90°

仮定より∠GBC＝90° であるから，(同位角が等しいので，)GE//BC

平行線の錯角は等しいから，∠BEG＝∠CBE…③

$\overset{\frown}{BG}$に対する円周角は等しいので，∠BEG＝∠BFG…④

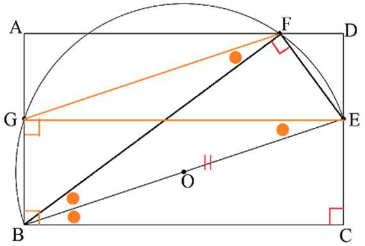
仮定より BE//GF だから，平行線の錯角は等しいので，

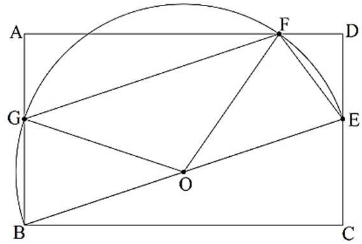
∠BFG＝∠FBE…⑤

③，④，⑤より，∠CBE＝∠FBE…⑥

①，②，⑥より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△BCE≡△BFE





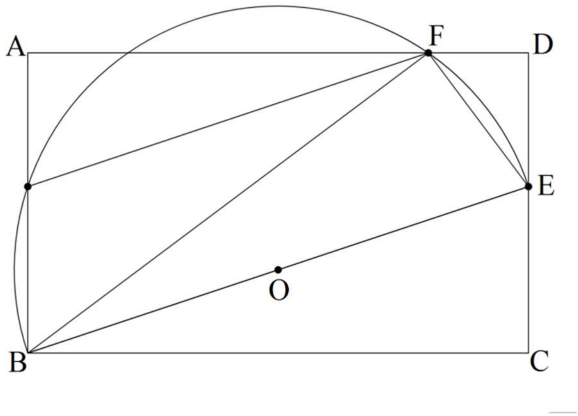
【解答例 2】

△OBG と△OEF において，
仮定より，OB＝OG＝OE＝OF…①
△OGF は二等辺三角形だから底角は等しいので，∠OGF＝∠OFG
GF//BE より，平行線の錯角は等しいから
∠OGF＝∠BOG　∠OFG＝∠EOF　よって，∠BOG＝∠EOF…②
①，②より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△OBG≡△OEF　したがって，∠OBG＝∠OEF
△BCE と△BFE において，
共通な辺だから，BE＝BE…④
直径に対する円周角だから，∠BFE＝90°
仮定より，∠ABC＝∠BCE＝90°　よって，∠BCE＝∠BFE＝90°…⑤
また，∠CBE＝90°－∠OBG　∠FBE＝90°－∠OEF
よって，∠CBE＝∠FBE…⑥
④，⑤，⑥より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，
△BCE≡△BFE

※なお，「円に内接する四角形の対角の和は 180°」を用いて，円に内接する台形は必ず等脚台形であることを示すと，大分楽（証明が短い）だが，「対角の和は 180°」は一応中学では発展内容（高校数学 A で習う）であるので，入試で書くには危険。立川なら柔軟に対応してくれそうだが…。

…②までは【解答例 1】と同じ
GF//BE より(平行線の同位角は等しいから)
∠GBE＋∠BGF＝180°　∠FEB＋∠EFG＝180°
円に内接する四角形の内角の和は 180°なので，
∠GBE＋∠EFG＝180°　∠FEB＋∠BGF＝180°　　よって，∠GBE＝∠FEB
GB//EC より，平行線の錯角は等しいから，∠GBE＝∠CEB
したがって，∠CEB＝∠FEB…③　　①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，△BCE≡△BFE

問 2（2）（8 点）



△ABF において，AB＝6 cm，BF＝BC＝10 cm だから，

AF $= \sqrt{100-36} = 8$　　DF $= 2$となるから，

△DFE∽△ABF より，DF：FE＝AB：BF

$2 : \text{FE} = 6 : 10$　FE $= \dfrac{10}{3}$

FE＝CE だから，

CE $= \boldsymbol{\dfrac{10}{3}}$ **cm**

【コメント】

問 2（1）は様々な証明方法があります。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/