

芸術的な高校入試第 62 回

難易度：★★★★☆☆

美しさ：★★★★☆☆

得点

/25

出典：2011 年度 市川高校（高校入試）

次の問いに答えなさい。

(1)

$$(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2})^2(3-2\sqrt{2})^3 + (3+2\sqrt{2})^4(3-2\sqrt{2})^5$$

を計算しなさい。

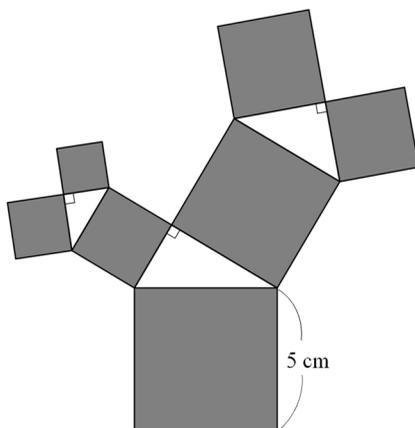
(2) $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ の 4 枚のカードがある。このカードを並べてできる 4 桁の整数のうち、2011 より小さい整数はいくつあるかを求めなさい。

(3) $a^2 + b^2 + 2ab - a - b - 2$ を因数分解しなさい。

(4) x についての 2 次式を次のように変形した。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当ては

まる数を求めなさい。 $x^2 - 3x + 7 = (x - \boxed{\text{ア}})^2 + \boxed{\text{イ}}$

(5) 右の図において、影をつけた四角形はすべて正方形であり、影をつけていない三角形はすべて直角三角形である。影をつけた正方形の面積の和を求めなさい。



【解答例】**(1) (5点)****Point** $a^2b^2 = (ab)^2$, $a^4b^5 = b(ab)^4$ など都合よく掛け算する！ $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 1$ であるから、これを上手く利用する。

$$(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2})^2(3-2\sqrt{2})^3 + (3+2\sqrt{2})^4(3-2\sqrt{2})^5$$

$$= (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$$

$$- \left\{ (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) \right\}^2 (3-2\sqrt{2})$$

$$+ \left\{ (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) \right\}^4 (3-2\sqrt{2})$$

$$= 1 - (3-2\sqrt{2}) + (3-2\sqrt{2}) = \mathbf{1}$$

(2) (5点)2011 より小さい 4 桁の整数の千の位は 1 のみ。

1—0—1—2

—2—1

—1—0—2

—2—0

—2—0—1

—1—0

の **6 個****【コメント】**

(1) は工夫計算です、これぐらいのレベルの高校受けるなら常識。(3) も、難しめの塾用ワークにはよく載っている問題、最近では公立中学の定期テストにも出題されますね。(5) も、三平方の定理を暗記するのではなく、このような図とともに証明していれば、難なく思いつく問題です。「ただ難しい」だけでなく、「基本からしっかりやったか？」を聞かれています。

(3) (5点)

<中学生の解き方?>

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + 2ab - a - b - 2 \\ &= (a+b)^2 - (a+b) - 2 \\ &= \mathbf{(a+b+1)(a+b-2)} \quad \text{※分からなかったら, } a+b=A \text{ とでも置いて。} \end{aligned}$$

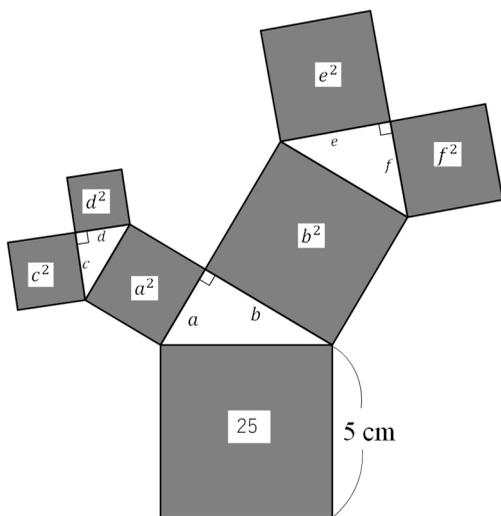
<高校生の解き方?>

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + 2ab - a - b - 2 \\ &= a^2 + (2b-1)a + b^2 - b - 2 \\ &= a^2 + (2b-1)a + (b+1)(b-2) \\ &= \mathbf{(a+b+1)(a+b-2)} \end{aligned}$$

(4) (完5点)

$$x^2 - 3x + 7 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 7 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{19}{4}$$

(5) (5点)



左の図で、影のついた正方形の面積の合計は、

$$25 + a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2$$

三平方の定理を適用していくと、

$$b^2 = e^2 + f^2 \text{ より,}$$

$$b^2 + e^2 + f^2 = 2b^2$$

同様に、 $a^2 + c^2 + d^2 = 2a^2$ である

から、面積は $25 + 2a^2 + 2b^2$ となり、

さらに、 $a^2 + b^2 = 25$ より、

$$25 + 2 \times 25 = \mathbf{75 \text{ cm}^2}$$

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>