

## 芸術的な高校入試第 66 回

難易度：★★★★★☆☆

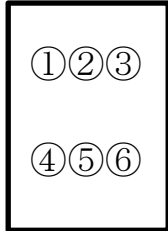
美しさ：★★★★★☆☆

得点

/15

出典：2011 年度 福岡県

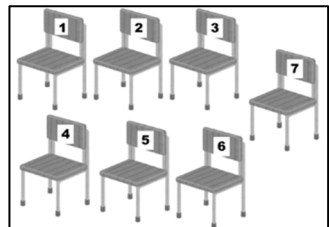
右図のように、袋の中に 1, 2, 3, 4, 5, 6 の数が 1 つずつ書かれた 6 個の玉が入っている。袋の中から 1 個目の玉を取り出し、それをもどさずに 2 個目の玉を取り出す。1 個目の玉に書かれた数を十の位、2 個目の玉に書かれた数を一の位にしてできる 2 けたの数を  $m$  とし、 $m$  の一の位と十の位の数を入れかえてできる 2 けたの数を  $n$  とする。次の (1) ~ (3) の【    】にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし、どの球を取り出すことも同様に確からしいものとする。



(1) 1 個目の玉と 2 個目の玉に書かれた数の積が 6 で割り切れる確率は【    】である。

(2)  $m$  と  $n$  の和を素因数分解すると、2 つの異なる素数  $p, q$  を使って、 $p \times q$  の形で表される確率は、【    】である。

(3) 右図のように、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の番号を 1 つずつ付けた座席がある。A さんは、1 個目の玉に書かれた数と同じ番号を付けた座席に座る。B さんは、2 個目の玉に書かれた数と同じ番号を付けた座席に座る。C さんは、 $m$  を 7 で割った余りを  $r$  としたとき、 $r$  と同じ番号を付けた座席に座る。ただし、次の (ア), (イ), (ウ) のどれか 1 つが成り立つ場合は、C さんは 7 の番号を付けた座席に座る。



(ア)  $r$  が 0 である。

(イ)  $r$  が 1 個目に書かれた数と等しい。

(ウ)  $r$  が 2 個目に書かれた数と等しい。

このとき、C さんが 1, 2, 3, 4, 5, 6 の番号を付けた座席のうちの 1 つに座る確率は、【    】である。



【解答例】

(1) (4点)

大人しく樹形図なり書く。  $\frac{7}{15}$

(2) (5点)

2つの数		和
12	21	33
13	31	44
14	41	55
15	51	•
16	61	•
23	32	•
24	42	•
25	52	•
26	62	•
34	43	•
35	53	•
36	63	•
45	54	•
46	64	•
56	65	121

$m+n$  で考えられる和は左のようになる。

12+21=33, 13+31=44 と, ここらへんで「全て 11 の倍数になるな」と気づき (中学数学でよく証明されるやつ) 2つの異なる素数  $p, q$  を使って,  $p \times q$  の形で表されるには, 十の位が 3, 5, 7 であれば良いと分かる。

和 15 通りのうち, 6 通りなので, 求める確率は,

$$\frac{2}{5}$$

※ 2つの異なる素数なので,  $11 \times 11 = 121$  はアウト!

### (3) (6点)

$m$	余	$m$	余
12	5	21	0
13	6	31	3
14	0	41	6
15	1	51	2
16	2	61	5
23	2	32	4
24	3	42	0
25	4	52	3
26	5	62	6
34	6	43	1
35	0	53	4
36	1	63	0
45	3	54	5
46	4	64	1
56	0	65	2

(2) で書いた表を改造して、左のような表を書く (そんなに時間かからない)。

余りの値が 1~6 で、かつ  $m$  の十の位及び一の位が一致していないのを数えると、18 通りだから、

$\frac{3}{5}$

#### 【コメント】

問題文が長いのもあって、まず意味を把握するのが難しいです。(1) はとりあえず解いて、(2) ~ (3) は面倒がらず表などを書いてみると、意外に早く終わるじゃん! と気づけるはずです。30 通りと少ない場合は全部書き出した方が良いでしょう。高校数学でも、全て書き出すことが意外にも正攻法だったりすることが、たまにあります。正攻法でなくても最終手段であることもあります。

#### 【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>