

芸術的な高校入試第76回

美しさ：★×5

難易度：★×6

得点：

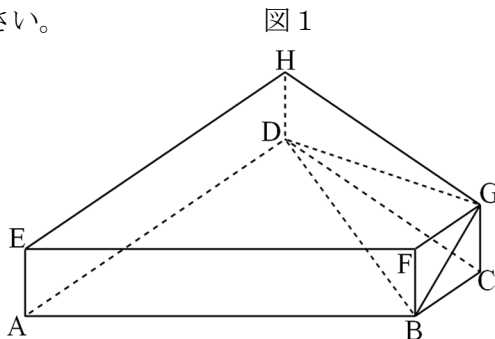
/15

出典：2022年度 神奈川県

図1は、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=1\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$ の台形 $ABCD$ を底面とし、 $AE=BF=CG=DH=1\text{ cm}$ を高さとする四角柱である。このとき、次の問いに答えなさい。

(ア) この四角柱の体積として正しいものを次の1～6の名から1つ選び、その番号を答えなさい。

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1, 8 cm^3 | 2, 10 cm^3 |
| 3, 16 cm^3 | 4, 20 cm^3 |
| 5, 24 cm^3 | 6, 30 cm^3 |

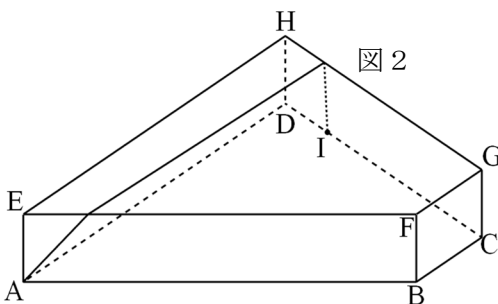


(イ) この四角柱において、3点 B 、 D 、 G を結んでできる三角形の面積として正しいものを次の1～6の中から1つ選び、その番号を答えなさい。

- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1, $\frac{\sqrt{17}}{4}\text{ cm}^2$ | 2, $\frac{\sqrt{33}}{4}\text{ cm}^2$ | 3, $\frac{\sqrt{17}}{2}\text{ cm}^2$ |
| 4, $\frac{\sqrt{33}}{2}\text{ cm}^2$ | 5, $\sqrt{17}\text{ cm}^2$ | 6, $\sqrt{33}\text{ cm}^2$ |

(ウ) 次の□の中の「そ」「た」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び、その数字を答えなさい。

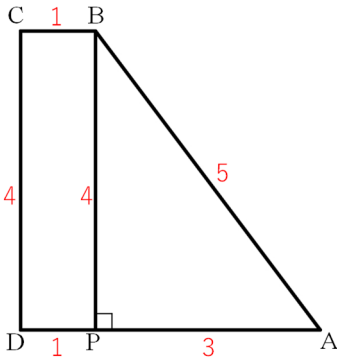
点 I が辺 CD 上の点で、 $CI:ID=7:3$ であるとき、この四角柱の表面上に、図2のように点 A から辺 EF 、辺 GH と交わるように、点 I まで線を引く。このような線のうち、



長さが最も短くなるように引いた線の長さは $\sqrt{\square}$ cm である。

【解答例】

(ア) (4点)



点BからADに垂線を下ろし交点をPとする。
 四角形BCDPは長方形となるので、 $DP=1$ cm
 すると、 $PA=3$ cmとなるから、三平方の定理
 より、 $BP=4$ cm

台形ABCDの面積は、

$$\frac{1}{2} \times (4 + 1) \times 4 = 10 \text{ cm}^2$$

高さ1 cmなので、体積は、**10 cm³ (2)**

(イ) (5点)

$BD = DG = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$ cm, $BG = \sqrt{2}$ cm の二等辺三角形となる。

点DからBGに垂線を下すとその長さは、 $\sqrt{17 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{2}}$ cm

よって、 $\triangle BDG = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{33}}{2} \text{ cm}^2$ (4)

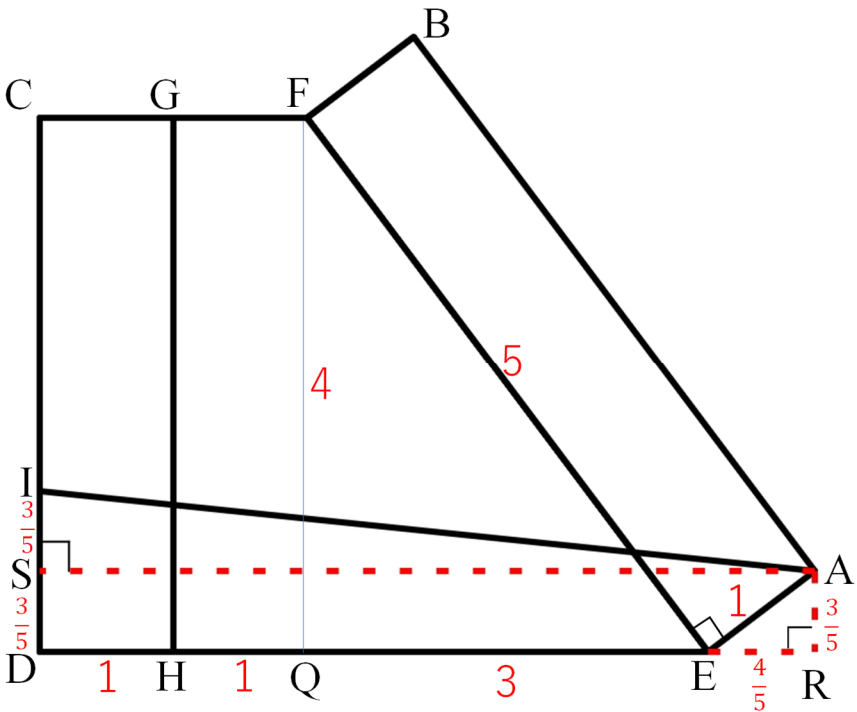
【コメント】

自分で図を綺麗に素早く描く習慣が無いと厳しい問題です。(1), (2) はよく見る問題ですね。(3) はよくある最短距離の問題かと思いきや、展開図が訳分かんないので難問となっております。 $\triangle EAR \sim \triangle FEQ$ の 3 : 4 : 5 の有名直角三角形を上手く活かせるか、面白い問題ですね、著しく正答率低そうですが。たぶん0.3%ぐらいです。公立らしい難易度の上げ方です。

ただ一言言いたい。これ大問6なのですが、大問4~大問6全部に「 $m : n$ とすると.....」と比率で問題出していますよね。またかよ！という感じ。ちょっと飽きるので別の表現にしてほしかった。今回なら、 $ID = 6/5$ cm とするで良いじゃんね。神奈川の受験生よく頑張りました、これの(ウ)ととにかく大問3(イ)~(エ)が鬼でした。他は簡単。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>

(ウ) (6点) **Point** 可能な限り綺麗に展開図を描く。



上図のように綺麗に素早く（台形 ABCD を除いた）展開図を描く。
AI の長さを求めるために、AS、SI の長さが必要。まず、点 A から直線 DE に垂線を下ろし交点を R とする。△EAR ∽ △FEQ (※) なので、

$$ER = 1 \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}, \quad AR = 1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

ID = $4 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}$ であるから、点 A から ID に垂線を下ろし交点を S とする

と、IS = $\frac{3}{5}$ 、AS = DR = $\frac{29}{5}$ なので、三平方の定理より、

$$AI = \frac{1}{5} \sqrt{3^2 + 29^2} = \frac{1}{5} \sqrt{9 + 841} = \frac{\sqrt{850}}{5} = \frac{5\sqrt{34}}{5} = \sqrt{34} \text{ cm}$$

(※) (ア)の図の△BAP ≡ △FEQ