

芸術的な高校入試第78回

美しさ：★×10

難易度：★×6

得点：

/43

出典：2022年度 埼玉県

次の各問に答えなさい。(43点)

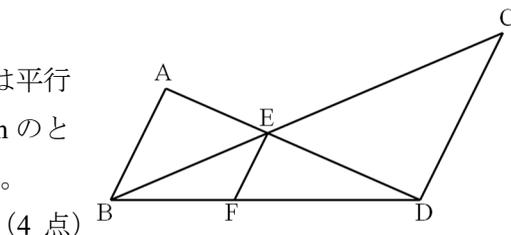
(1) $6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3$ を計算しなさい。(4点)

(2) $\sqrt{11}$ の整数部分を a 、小数部分を b とすると、 $a^2 - b^2 - 6b$ の値を求めなさい。(4点)

(3) 2次方程式 $2(x+3)^2 - 3(x+3) - 3 = 0$ を解きなさい。(4点)

(4) $\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数となるような自然数 n は全部で何通りあるか求めなさい。(4点)

(5) 右の図で、 AB 、 CD 、 EF は平行です。 $AB=2\text{ cm}$ 、 $CD=3\text{ cm}$ のとき、 EF の長さを求めなさい。



(6) 次のア～エの中から、箱ひげ図について述べた文として誤っているものを一つ選び、その記号を書きなさい。(4点)

ア データの中に離れた値がある場合、四分位範囲はその影響を受けにくい。

イ 四分位範囲は第3四分位数から第1四分位数をひいた値である。

ウ 箱の中央は必ず平均値を表している。

エ 第2四分位数と中央値は必ず等しい。

(7) ある養殖池にいる魚の総数を、次の方法で調査しました。このとき、この養殖池にいる魚の総数を推定し、小数第1位を四捨五入して求めなさい。(4点)

【1】網で捕獲すると魚が22匹とれ、その全部に印をつけてから養殖池にもどした。

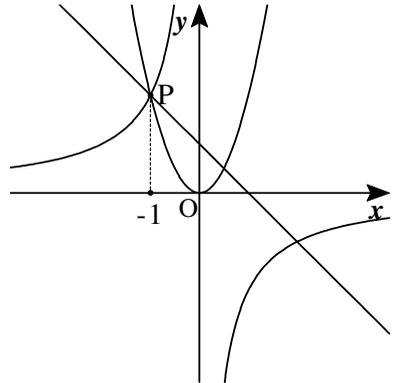
【2】数日後に網で捕獲すると魚が23匹とれ、その中に印のついた魚が3匹いた。

(8) Aさんは、午後1時ちょうどに家を出発して1500 m離れた公園に向かいました。はじめは毎分50 mの速さで歩いていましたが、途中から毎分90 mの速さで走ったところ、午後1時24分ちょうどに公園に着きました。このとき、Aさんが走り始めた時刻を求めなさい。(5点)

(9) 下の図において、曲線①は関数 $y=ax^2$ のグラフで、曲線②は関数

$y=\frac{b}{x}$ のグラフ、直線 l は一次関数

$y=cx+d$ のグラフです。曲線①、②と直線 l が、 x 座標が-1である点Pで下の図のように交わっているとき、 a 、 b 、 c 、 d の大小関係を小さい順に不等号を使って表しなさい。(5点)



(10) ある店では同じ味のアイスクリームをS, M, Lの3種類のサイズで販売しており、価格は次の表のとおりです。これらのアイスクリームをすべて円柱とみなして考えると、SサイズとMサイズは相似な立体で、相似比が3:4です。また、MサイズとLサイズの底面の半径の比は4:5で、Lサイズの高さはMサイズの2倍です。このとき、最も割安なサイズを求め、その理由を数や式を用いて説明しなさい。(5点)

サイズ	S	M	L
価格(円)	160	320	960

【解答例】

(1)

$$6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3 = 6xy^2 \times \left(-\frac{5}{3xy}\right) \times \frac{1}{-8x^3} = \frac{-10y}{-8x^3} = \frac{5y}{4x^3}$$

(2)

$\sqrt{11} = 3.3$ ぐらいなので, $a = 3$, $b = \sqrt{11} - 3$ となる。

$$a^2 - b^2 - 6b = a^2 - b(b+6) = 9 - (\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = 9 - (11 - 9) = 7$$

(3)

$$2(x+3)^2 - 3(x+3) - 3 = 0 \quad x+3 = A \text{ と置き,}$$

$$2A^2 - 3A - 3 = 0, \text{ 解の公式より, } A = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$x+3 = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4} \quad \text{すなわち} \quad x = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(4)

$$\sqrt{\frac{540}{n}} = 6\sqrt{\frac{15}{n}} \quad \text{なので, } n = 15k \text{ (} k \text{ は自然数)} \text{ と表される。}$$

k は 6 の約数の 2 乗である, $k = 1, 4, 9, 36$ の **4 通り**

(5)

$$\triangle EAB \sim \triangle EDC \text{ で, } EB : EC = 2 : 3$$

$$\triangle BEF \sim \triangle BCD \text{ で, } EF : CD = 2 : 5 \text{ となるから,}$$

$$EF = 3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} \text{ cm}$$

※ (6) は次のページ

(7)

養殖池の魚の総数を x とすると,

$$x : 22 = 23 : 3 \quad x = 22 \times 23 \div 3 = 168.666 \dots = \mathbf{169 \text{ 匹}}$$

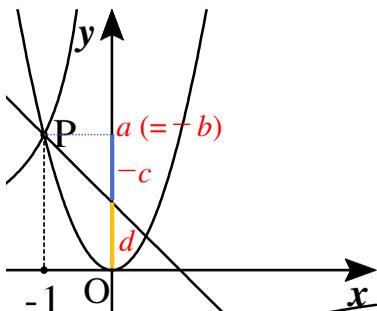
(8)

歩いた時間を t 分とすると、 $50t + 90(24 - t) = 1500$

これを解いて、 $t = \frac{33}{2}$ (16.5 分)であるから、

走り始めた時刻は、午後 1 時 16 分 30 秒

(9)



左図のように a, b, c, d を表す。

P の y 座標は、 $x=1$ を①, ②, 直線の式に代入し、 $a, -b, -c+d$ と表される。

左図より、 d は P の y 座標よりは小さいので、 $d < a$, また、 $a > 0, d > 0$

同様に、 $-b$ は $-c$ より大きいので、 $b < c$, また $b < 0, c < 0$ **$b < c < d < a$**

(10)

S と M の体積比は $3^3 : 4^3 = 27 : 64$, 価格の比は $160 : 320 = 1 : 2$

価格が 2 倍なのに対して、体積は 2 倍より大きいので、M の方が割安。

M と L の体積比は、底面の半径比が $4 : 5$, 高さの比が $1 : 2$ なので、

$(4^2 \times 1) : (5^2 \times 2) = 16 : 50$, 価格の比は $320 : 960 = 1 : 3$

価格が 3 倍なのに対して、体積は 3 倍より大きいので、L の方が割安。

したがって最も割安なのは **L サイズ**

(6)

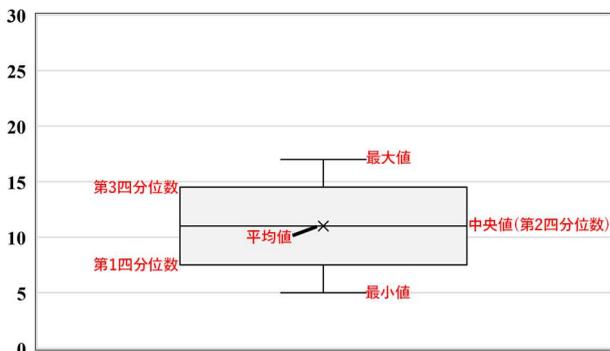
ウ

イ, エは言葉の意味を覚えているかどうかである, 正しい。

ア, ウは極端な例を思い出してみると (次のページ)

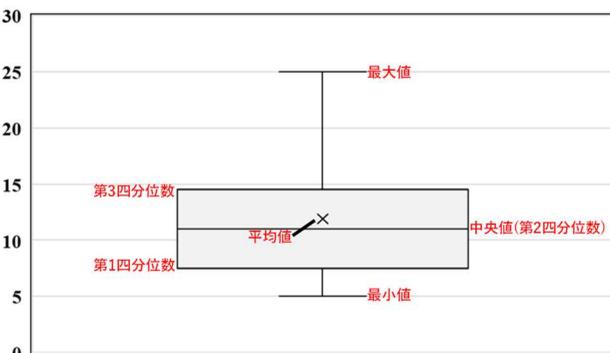
・ 30 点満点のテスト 9 人の点数 【5, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 17】

平均値	11
中央値	11
第2四分位数	11
第1四分位数	7.5
第3四分位数	14.5
四分位範囲	7



・ 30 点満点のテスト 9 人の点数 【5, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 25】

平均値	11.8889
中央値	11
第2四分位数	11
第1四分位数	7.5
第3四分位数	14.5
四分位範囲	7

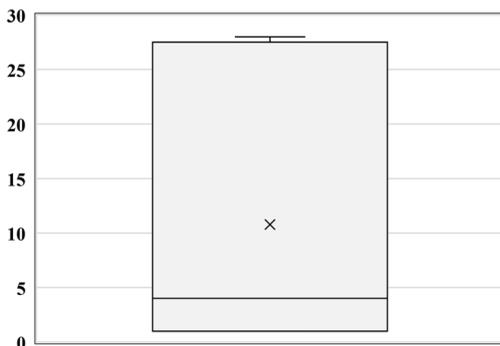


中央値, 四分位範囲は、
離れた値(外れ値)の影響を受けづらい。

箱の中央 ((第 1 四分位数 + 第 3 四分位数) ÷ 2) は必ずしも平均値と一致するわけではない (ちなみに中央値も, 必ずしも一致しない)。

・ 30 点満点のテスト 極端な 9 人の点数 【1, 1, 1, 2, 4, 5, 27, 28, 28】

平均値	10.7778
中央値	4
第2四分位数	4
第1四分位数	1
第3四分位数	27.5
四分位範囲	26.5



【コメント】

面白い問題がたくさん、埼玉学校選択の小問集合です。ちなみに、(7)(10)、共通問題の方では、イラスト付きでした。選択ではイラスト無しです。そういう細かいところ変更するんですね、面白い。

(1)、地味に文字式の逆数の扱いを間違う人多そうです。

(2)、どこを因数分解するかで、少し運命が変わります。 $a^2 - b^2$ を因数分解するとかなり面倒です、後ろを因数分解。

(3)、まさかの $2A^2 - 3A - 3 = 0$ が因数分解できないという。意地悪ですねー。

(4)、4通りと書かせるのは珍しいですね。

(5)はよく教科書や定期テストに載っていますね、でも意外に難しいよね。

(6)は元高校範囲、新しい教科書でぶち込まれた箱ひげ図です。資料の整理問題、無理に難しい問題作ろうとしてクソ問題が出来てしまうことが多いのですが(例:2022年神奈川県問3(イ))、これは非常に良い問題です。解答例のように極端な例を思い出すと正誤を判断しやすいです、たぶん。教科書をしっかり読んだり、中学校の先生の授業をしっかり聞いたりしていれば余裕です。箱ひげ図が何のために存在しているのか聞いている問題でした。

(7)は小学生の算数が出来るか聞いている問題です。四捨五入でもう嫌です。

(8)は方程式を解くと分数なので少し不安になりますね。秒がでてきます。

(9)難問ですね、高校数学ⅠとかⅡで出てきそうな問題です。高校生でも正答率低そう。図で d や c がどのように表されるか考えられれば解けます。

(10)は非常に好きな問題です。昔 <https://hokkaimath.jp/blog-entry-109.html>で似たような問題(最も安い買い方はどれか?)を作って、我ながらけち臭い人間小さい問題だなと思っていたら入試で実現しました。大好き。

「難しい」だけではなく、数学に真摯に向き合ったか、そういう問題が出題されていたような気がします。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>