

芸術的な高校入試第84回

美しさ：★×5

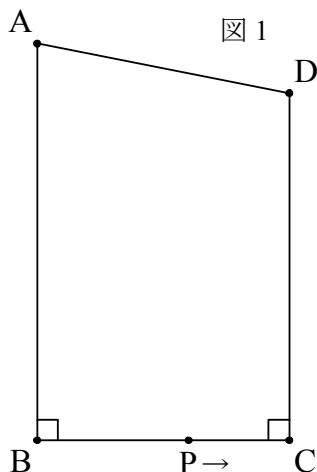
難易度：★×6

得点：

/16

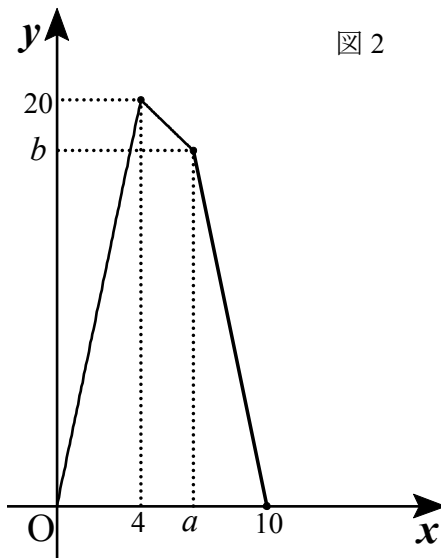
出典：2014年度 新潟県

図1のように、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ 、 $\angle BCD=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ がある。点 P は頂点 A を出発し、一定の速さで辺 AB 、 BC 、 CD 上を通過して、頂点 D まで移動する。このとき、点 P は途中で止まることなく移動するものとする。



点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の 3 点 A 、 P 、 D を結んでできる $\triangle APD$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。図2は、 x と y の関係をグラフに表したものである。このとき、次の (1) ~ (4) の問いに答えなさい。ただし、点 P が頂点 A 、 D にあるときは $y=0$ とする。

- (1) 点 P が移動する速さは毎秒何 cm か、答えなさい。
- (2) 図1の辺 BC と辺 CD の長さを、それぞれ求めなさい。
- (3) 図2のグラフ中の a の値と b の値を、それぞれ答えなさい。
- (4) 点 P が辺 BC 上にあるとき、 $\triangle ABP$ と $\triangle APD$ の面積が等しくなるのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か、求めなさい。



※ (2), (4) は途中計算も書くこと。

【解答例】**(1) (2点)**

図2より、4秒で8 cm 動いているので、1秒で2 cm **毎秒2 cm**

※ (0, 0) → (4, 20) の部分に惑わされない！これは面積！

(2) (6点)

$$\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2 \text{ なので, } \frac{1}{2} \times 8 \times BC = 20 \quad \mathbf{BC = 5 \text{ cm}}$$

$$CD = 20 - 8 - 5 = \mathbf{7 \text{ cm}}$$

(3) (4点)

$$BC \text{ 間は } \frac{5}{2} \text{ 秒 } P \text{ が動くので, } a = 4 + \frac{5}{2} = \mathbf{\frac{13}{2}}, \quad b = \triangle ADC = \frac{1}{2} \times 7 \times 5 = \mathbf{\frac{35}{2}}$$

(4) (4点)

辺 BC 上にあるとき、 $\triangle APD$ の面積 y を x の式で表すと、

$$(4, 20), \left(\frac{13}{2}, \frac{35}{2} \right) \text{ を通るから, 傾きは } -1 \text{ なので, } (\text{※1})$$

$$y - 20 = -(x - 4) \quad (\text{※2}) \quad y = -(x - 4) + 20 \dots \text{①}$$

$\triangle ABP$ の面積 y を x の式で表すと、 $x=4$ で $y=0$, $AB=8$, $BP=2x$ だから、

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (2x - 8) = 8(x - 4) \dots \text{②}, \quad \text{①と②を連立した方程式を解いて,}$$

$$9(x - 4) = 20, \quad x - 4 = \frac{20}{9}, \quad x = \frac{56}{9}, \quad \mathbf{\frac{56}{9} \text{ 秒後}}$$

(※1) x の増加量が $\frac{5}{2}$, y の増加量が $-\frac{5}{2}$ とすぐ分かる。

(※2) 関数 $y = f(x)$ を、 x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動したものは、

$y - q = f(x - p)$ と表せる。1次関数なら、 $y - q = a(x - p)$ とでも覚えておくとたぶん幸せになれる。

【コメント】

どうなのでしょう。よくある動点問題のように見えて、地味で嫌らしい地雷が埋め込まれている問題な気がします。私は一瞬 (2) で迷いました。 $\triangle ABC=20\text{ cm}^2$ を意外に見落とすかもしれません。私だけ？

<http://www.5kaku.net/?p=5970> のサイトによると、正答率が、(1) 42.7% (2) 2.7% (3) 1.6% (4) 0.2% だったらしいですね。納得です。たぶん、新潟県、(2) の正答率もっと高いと思っていたのでしょうか。(2) さえ解ければ (3) はよくある問題です。(4) は、①をさらっと出せるかどうかです。②も中学生が出すには結構厳しいかも。難易度★×5 か 6 で迷ったのですが、6 にしておくか。たぶん中学生には指導者が思う以上に厳しそう。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>