

## 芸術的な難問高校入試第94回

美しさ：★×7

難易度：★×6

得点：

/19

出典：2014年度 東京学芸大学附属高校

1辺の長さが1の正三角形14個で囲まれたへこみのない多面体をつくる。この多面体は、正三角柱の各側面に正四角錐をそれぞれ1個ずつはり合わせたものと考えることができる。また、この多面体の展開図は図1であり、図のように点A, B, C, D, Eをおく。このとき、次の各問いに答えなさい。

図1

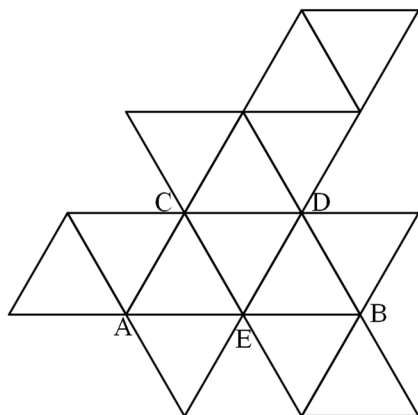
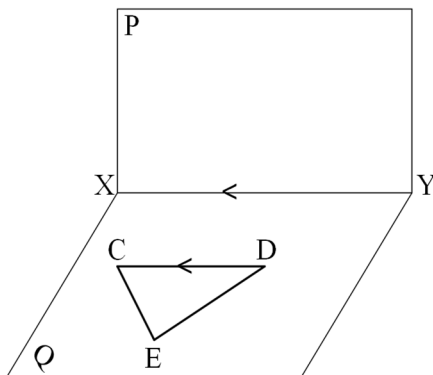


図2



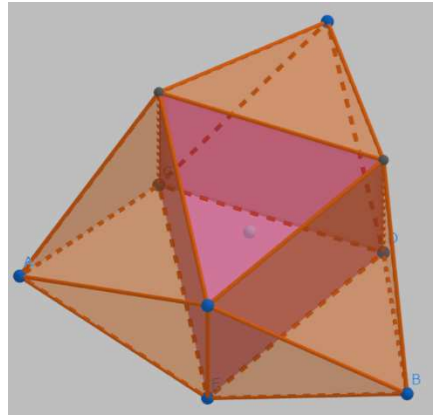
- (1) この多面体の頂点の数を求めなさい。
- (2) この多面体において、2点A, B間の距離を求めなさい。
- (3) 図2において、2平面P, Qは直線XYで交わっている。この多面体を、直線XYと辺CDが平行となるように、 $\triangle CDE$ を下にして平面Qにおく。平行光線を平面Pにあてたとき、この多面体の影がつくる図形の面積を求めなさい。ただし、この多面体は平面Pから離れた位置にあるとする。



**【ヒント】**

- (1) 解け。
- (2) 当たり前だが、答えは「2」ではない。展開図を組み立ててできる立体における AB の距離。上から見た図を考えると分かりやすい？
- (3) 横から見た図を考えると分かりやすい？

**【解答例】**



**Point** 展開図から見取り図を描こうとしない。「この多面体は、正三角柱の各側面に正四角錐をそれぞれ 1 個ずつはり合わせたものと考えることができる」これだけで十分。

(1) (6点) 9個

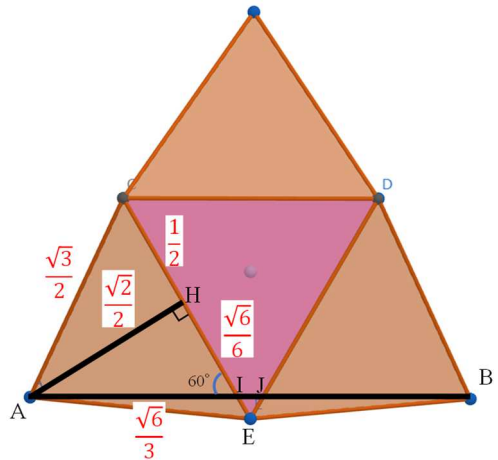
(2) (7点)

右上のように綺麗に見取り図が描けなくても、上から見た図はこのようにすぐ描けるはず。

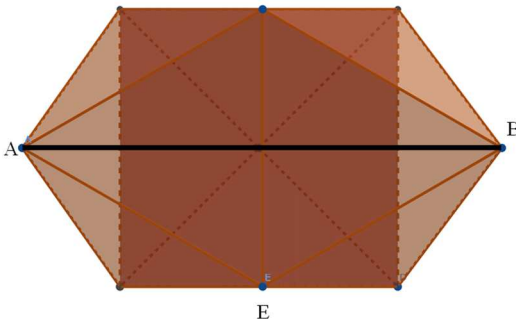
$$AB = AI + BJ + IJ$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{3} + \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}\right) = \frac{\sqrt{6} + 1}{2}$$

(3) (6点)



**Point** 要は横から見た図(立面図)の面積を聞かれている。



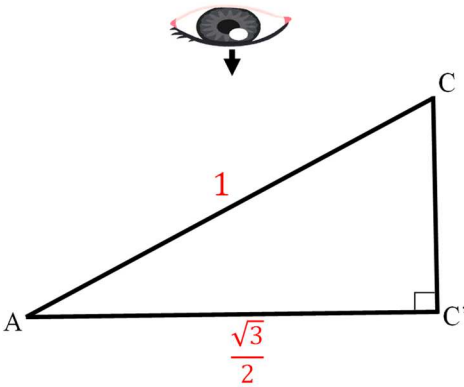
多面体の影がつくる図形は結局左図のようになるので、

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{\sqrt{6} + 1}{2} + 1 \right) \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$= \frac{\sqrt{6} + 3}{4}$$

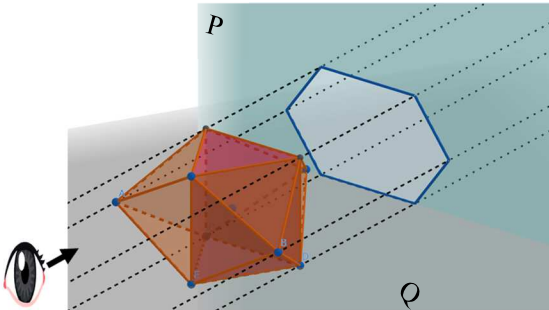
### 【ありそうな質問】

(2) でなぜ  $AC = \sqrt{3}/2$  ?



今回は  $AB$  の長さを聞かれている。線分  $AB$  を含む平面で考えればよいのだが、恐らく一番考えやすいのは、 $\triangle CDE$  に平行な線分  $AB$  を含む平面、よって、上から見た図を考えればよい。上から見るので左図のようになる ( $AC$  を平面に正射影したのが  $AC'$ 、詳しくは正射影とでもググる)。

(3) 問題文の意味が分からない



中学理科の光の問題を思い出せばよい。今回は「平行光線を平面  $P$ 」なので結局横から見た図の面積を考えればよい。

左図を見ればたぶん分かるはず！

分からない場合は自由にいじってみる：<https://www.geogebra.org/3d/fbqsfub2>  
目玉のイラストは「いらすとや」です。何でもある！

### 【コメント】

空間図形は慣れれば簡単です。この問題も見かけ倒しなだけで、すごく単純な問題。ただその「慣れる」のがとてつもなく難しい。ある程度三平方や相似を習った後、果たしてどのくらい空間図形に時間を割けるのか……。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>