

芸術的な高校入試第 28 回

美しさ：★★★★☆☆

難易度：★★★★☆☆

出典：2014 年度 札幌第一高校

A, B, 2 種類のビーカーがそれぞれ 10 個ずつあり, A のビーカーには 4%食塩水が 50 cc, B のビーカーには 12%食塩水が 50 cc 入っている。A のビーカーを【ア】個と B のビーカーを【イ】個混ぜ合わせると 8%食塩水が 600 cc できる。また, 真水を加えてもよいとすると, 8%食塩水 600cc の作り方は【ウ】通りあり, この中で真水を最も多く加えるのは, A のビーカーを【エ】個と B のビーカーを【オ】個混ぜ合わせたときである。ただし, 混ぜ合わせに用いたビーカーの食塩水はすべて使用し, 1 種類のビーカーだけを用いて作ってもよいものとする。

【解答解説】

A を x 個, B を y 個使うとする。

【ア】【イ】(各 2 点)

A が x 個で合計 50x cc, B が y 個で合計 50y cc である

から, $50x+50y=600$ すなわち $x+y=12$ …①

A の 4%食塩水 50 cc には, 塩は 2 cc, B の 12%食塩水 50 cc には, 塩は 6 cc 入っているから,

$$\frac{2x+6y}{600} = \frac{8}{100} \quad \text{すなわち, } 2x+6y=48 \dots \text{②}$$

①, ②を連立した方程式を解いて, $x=6, y=6$ **【ア】6【イ】6**

【ウ】(4 点)

8%食塩水 600 cc には, 塩は 48 g 入っているから, $2x+6y=48$ これを満たす自然数 (x, y) の組を考えればよい。 y について解くと,

$$y = 6 - \frac{x}{3}$$

これを満たす自然数 x は, 0, 3, 6, 9 の 4 通り……**ではあるが, $x=9$ のとき, $y=5$ となり, $x+y>12$ となる (600 cc を超える) ので, 不適。**

したがって, 0, 3, 6 の 3 通り。**【ウ】3**

【エ】【オ】(各 2 点)

真水を最も多く加えるには, 食塩水の量は少なければいいので, $x+y$ が小さい $(x, y) = (0, 8)$ とすればよい。**【エ】0【オ】8**

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>