

## 中学受験で有利になるらしい平面図形

範囲：中3 平面図形

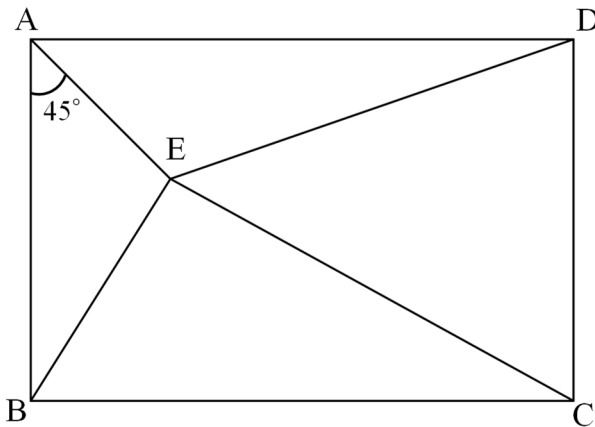
難易度：★×？

得点

/2

出典：2022年度 愛知県 A

図で、四角形 ABCD は長方形であり、E は長方形 ABCD の内部の点で、 $\angle BAE = 45^\circ$  である。四角形 ABCD、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle AED$  の面積がそれぞれ  $80 \text{ cm}^2$ 、 $10 \text{ cm}^2$ 、 $16 \text{ cm}^2$  のとき、次の①、②の問いに答えなさい。

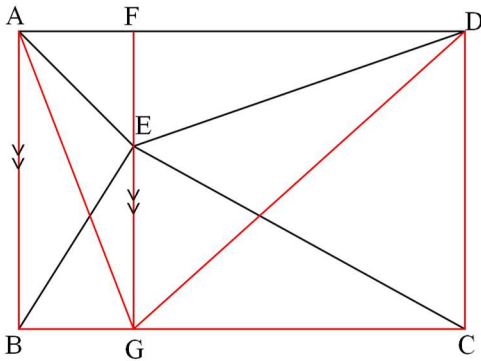


- ①  $\triangle DEC$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か、求めなさい。
- ② 辺 AB の長さは何 cm か、求めなさい。



【解答例 1】 中学受験風

① (1点)



点 E から AB に平行な直線を引き, AD との交点を F, BC との交点を G とする。

(等積変形より)

$$\triangle AEB = \triangle AGB,$$

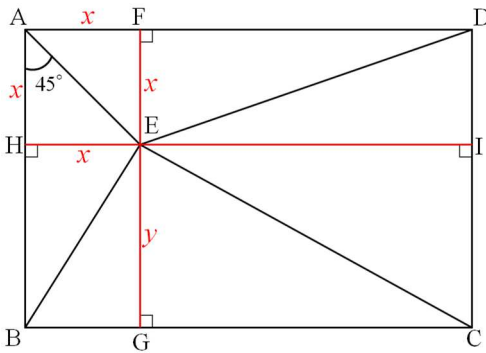
$$\triangle DEC = \triangle CGD$$

$\triangle AGD$  は長方形の面積の半分なので ( $\triangle AGD = \triangle ABD$ ),

$$\triangle AGB + \triangle CGD = \triangle AEB + \triangle DEC = 40 \text{ cm}^2$$

$$\triangle AEB = 10 \text{ cm}^2 \text{ なので, } \triangle DEC = 30 \text{ cm}^2$$

② (1点)



点 E から AB, DC に垂線を下ろし, 交点をそれぞれ H, I とする。

四角形 AHEF において,

$\angle HAE = 45^\circ$  で, 4 つの角が全て  $90^\circ$  だから, 四角形 AHEF は正方形である。

①より,  $\triangle BCE = 24 \text{ cm}^2$  となるので,  $EF = x$ ,  $EG = y$  と置くと,

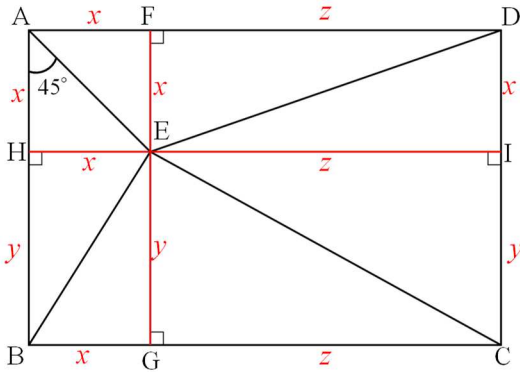
$$\triangle AED : \triangle BCE = 16 : 24 = 2 : 3, \text{ AD} = \text{BC} \text{ より, } x : y = 2 : 3 \text{ となる。}$$

よって,  $HB = EG = y = \frac{3}{2}x$  となるから,  $\triangle ABE$  において,

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2}x \times x = 10 \quad 5x^2 = 40 \quad x > 0 \text{ より, } x = 2\sqrt{2}$$

$$AB = \frac{5}{2}x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

**【解答例 2】 高校入試風**



**① (1点)**

点 E から AD, BC, AB, DC に垂線を下ろし交点をそれぞれ F, G, H, I とする。

四角形 AHEF において、 $\angle HAE = 45^\circ$  で、4 つの角が全て  $90^\circ$  だから、四角形 AHEF は正方形である。

$FE = x$ ,  $EG = y$ ,  $EI = z$  と置くと、それぞれの線分が上図のようにあらわされる。

$$\triangle DEC = \frac{1}{2}(x+y)z, \quad \triangle ABE = \frac{1}{2}(x+y)x \quad \text{より,}$$

$$\triangle DEC + \triangle ABE = \frac{1}{2}(x+y)(z+x)$$

ここで、長方形  $ABCD = (x+y)(z+x) = 80$  なので、 $\frac{1}{2}(x+y)(z+x) = 40$

$$\triangle ABE = 10 \text{ なので, } \triangle DEC + 10 = 40 \quad \triangle DEC = 30 \text{ cm}^2$$

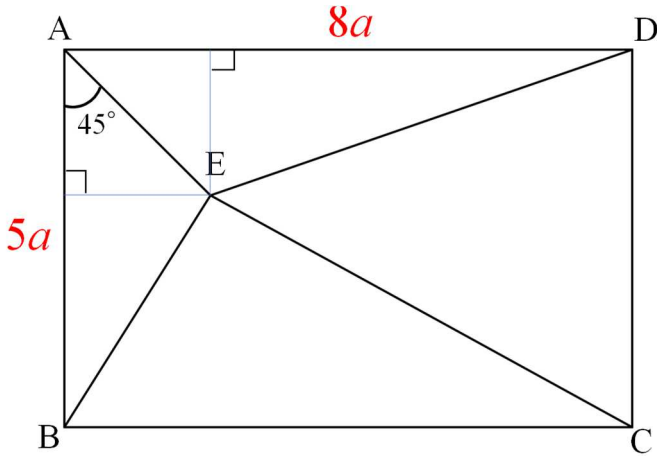
**② (1点) 【解答例 1】**と同じ。

**【コメント】**

愛知県、他の公立高校入試では見ないような問題多く出しますよね。この問題は高校入試というよりは、中学入試風な問題です。

①は中学受験らしく解くか、高校入試らしく解くか、好みが分かれそうです。私は**【解答例 2】**で先に解きました。

【②別解】



$\triangle ABE$ ,  $\triangle AED$  において、それぞれ  $AB$ ,  $AD$  を底辺とすると、高さ  $h$  (青い線) は等しくなる。

$\triangle ABE : \triangle AED = 10 : 16$  より、 $AB : AD = 10 : 16 = 5 : 8$

$AB = 5a$  と置くと、 $AD = 8a$ 、長方形  $ABCD$  の面積は  $80$  だから、 $5a \times 8a = 40a^2 = 80$   $a = \sqrt{2}$  よって、 **$AB = 5\sqrt{2}$**

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>