

独自作成校風の難しめ関数①

範囲：中3関数

難易度：★★★★☆

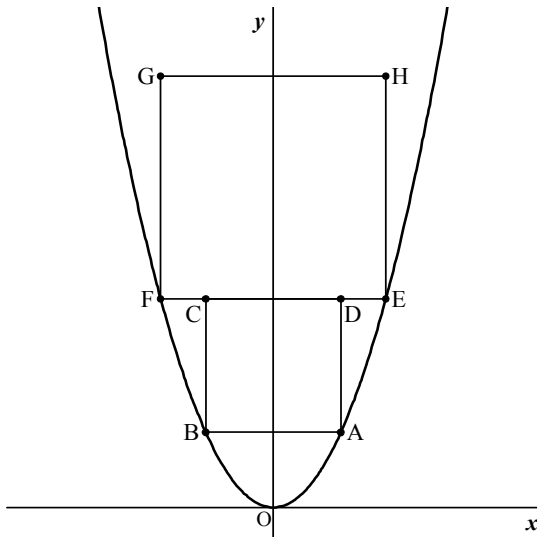
得点

/4

出典：オリジナル

下の図のように、 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$ ($a > 0$) のグラフがあり、 x 座標が 2 、 -2 である点 A 、 B を取ります。四角形 $ABCD$ が正方形となるよう、 y 座標が正となる点 C 、 D を取ります。更に、点 C 、 D と y 座標が同じである、 x 座標が正である点 E 、負である点 F を①上に取り、同様に正方形 $EFGH$ となるよう点 G 、 H を取ります。点 O は原点とします。四角形 $GFCH$ と $\triangle HCE$ の面積比が $3 : 2$ となるとき、 a の値を求めなさい。

①



【解答例】

$A(2,4a)B(-2,4a)$ と表せるので、正方形 $ABCD$ の1辺の長さは4。よって、 C, D, E, F の y 座標は $4a+4$ となる。

$4a+4 = ax^2$ を x について解くと、 $x = \sqrt{\frac{4a+4}{a}} = A$ と置く。

四角形 $GFCH$: $\triangle HCE=3:2$ のとき、 $(GH+CF) : (CE) = 3:2$ すなわち、 $CF : CE=1:4$ となればよい。

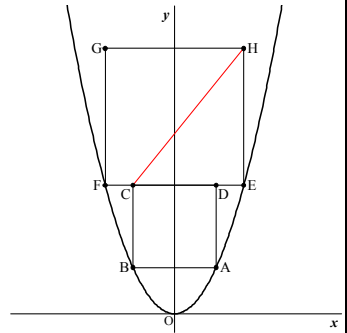
$$CF = A - 2 \quad CE = A + 2 \quad (A - 2) : (A + 2) = 1 : 4$$

$$A = \frac{10}{3} \quad \sqrt{\frac{4a+4}{a}} = \frac{10}{3}$$

両辺を2乗して、

$$\frac{4a+4}{a} = \frac{100}{9} \quad \text{これを解いて、}$$

$$a = \frac{9}{16}$$

**【コメント】**

日比谷や高知県の問題にもろ影響されて作ってみた問題です。北海道の入試対策にはオーバーワークです。

- ・ 日比谷の問題 <https://hokkaimath.jp/blog-entry-98.html>
- ・ 高知の問題 <https://hokkaimath.jp/blog-entry-54.html>

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>