

独自作成校風の難しめ関数②

範囲：中3関数

難易度：★★★★★

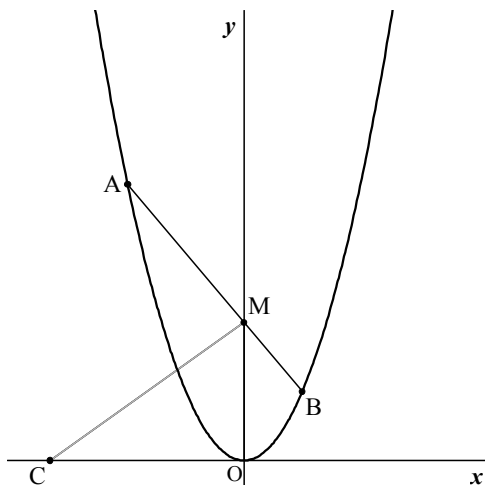
得点

/4

出典：オリジナル

下の図のように、 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフがあり、 $\textcircled{1}$ 上に、 x 座標が $-2t$ である点 A 、 t である点 B を取ります。線分 AB と y 軸との交点を M 、 $C(-4, 0)$ とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。

$\textcircled{1}$



t を、 $l \leq x \leq k$ の範囲で変化させます。ただし $l > 0$ とします。 $t = k$ のときの線分 BC と y 軸との交点を P 、点 B を点 Q とします。このとき、線分 CM が動いて出来る図形と、 $\triangle OQP$ が相似となるとき、まず点 M の座標を、 t を用いて表してから、 k と l の値を求めなさい。

【解答例】

$A(-2t, 4t^2)$, $B(t, t^2)$ なので,

直線 $AB : y = -tx + 2t^2$ と表せる。 $M(0, 2t^2)$ 【1点】

線分 CM が動いて出来る図形と $\triangle OQP$ が相似となるとき,

$\triangle MCP \sim \triangle OQP$ で, $t=1$ のときの点 M と点 P が一致していればよい。

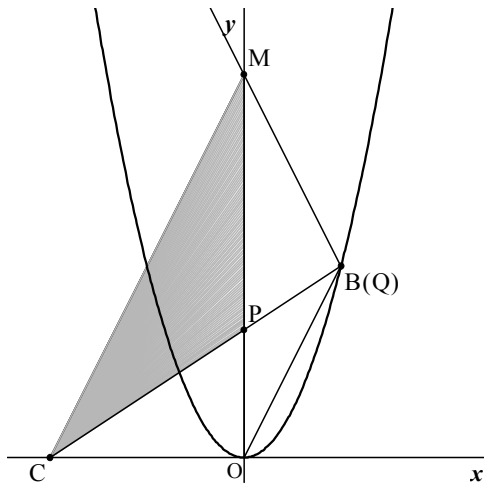
$t=k$ のとき, $M(0, 2k^2)$, $Q(k, k^2)$ $\triangle MCP \sim \triangle OQP$ より, $OQ \parallel CM$ であるから, OQ の傾きは k , CM の傾きは, $\frac{1}{2}k^2$ だから,

$$\frac{1}{2}k^2 = k \quad \text{これを解いて, } k > 1 > 0 \text{ より, } k = 2 \text{ 【1点】}$$

このとき, $C(-4, 0)$, $B(2, 4)$ を通る直線は,

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \text{ となるので, } P\left(0, \frac{8}{3}\right)$$

$$2t^2 = \frac{8}{3} \quad t > 0 \text{ より, } t = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ 【2点】}$$



【コメント】

何かをイライラしていたときに作成した問題だと思われます。何に影響を受けたか忘れましたが、たぶんこれです。

・2018年度北海道 <https://hokkaimath.jp/blog-entry-33.html>

何をどう考えても北海道じゃオーバーワークな問題。反省。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>