

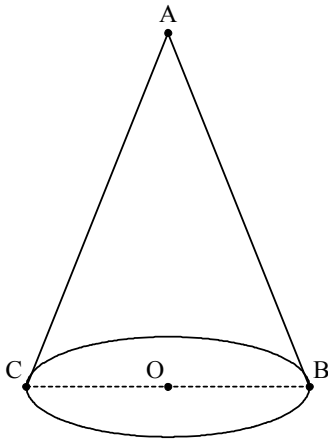
円錐と整数問題

範囲：中1図形 中3計算 難易度：★★★★★

得点 _____ /7

頂点を A とする、円錐 ABC があります。 BC は直径で、点 O は円の中心です。円周率は π とします。次の問いに答えなさい。

- (1) $AC=R$ cm, $OC=r$ cm とします。この円錐の側面積が、 πRr cm²であることを証明しなさい。
- (2) この円錐の母線の長さを 2 cm 短くし、底面の半径を 2 cm 長くしたところ、表面積は 55π cm² になりました。 OA の長さを求めなさい。ただし、 AC と OC の長さは自然数とします。



円錐と整数問題 解答例

範囲：中1図形 中3計算 難易度：★★★★★

(1) (4点)

側面の扇形の弧の長さは、中心角を x とすると、

$$2\pi r = 2\pi R * \frac{x}{360} \quad \text{と2通りで表せる。【1点】}$$

$$\frac{x}{360} \text{について解くと、} \frac{x}{360} = \frac{r}{R} \dots \text{①} \quad \text{【1点】}$$

おうぎ形の面積は、

$$\pi R^2 * \frac{x}{360} \quad \text{【1点】と表せる。①を代入して、}$$

$$\pi R^2 * \frac{r}{R} = \pi Rr \quad \text{【1点】}$$

(2) (3点)

$$\pi(R-2)(r+2) + \pi(r+2)^2 = 55\pi \quad \text{となるので、}$$

$$(r+2)(R+r) = 55 \quad 55 = 1 \times 55, 11 \times 5 \quad \text{と表せるので、}$$

$R+r$	$r+2$	
11	5	左の表のようになるが、 r, R は自然数、 $R > r$ なので、上のみとなる。よって、 $(R, r) = (8, 3)$ このとき、 OA の長さは、 $\sqrt{64-9} = \sqrt{55} \text{ cm}$
5	11	
55	1	
1	55	

【コメント】

まさかの円錐と整数問題を絡めた問題です。 πRr の公式、disするのは簡単ですが、「中心角などの、そもそも計算を放棄する生徒。」には良いです。「根気よく中心角を用いる計算を教えろ！」という批判が出てきそうですが、どうしても無理なときは無理なんですね。いやー闇深い。