

## 反比例と格子点

範囲：中1中3関数

難易度：★★★★☆☆

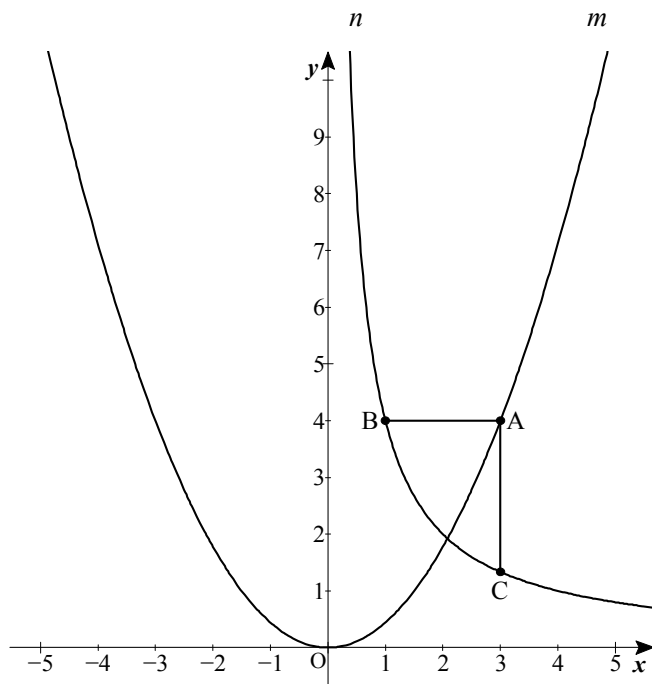
得点 \_\_\_\_\_ /10

出典：2016年度大阪府 に追加問題

下の図において、 $m$ は $y = \frac{4}{9}x^2$ のグラフを表し、 $n$ は

$y = \frac{4}{x} (x > 0)$ のグラフを表す。Aは $m$ 上の点であり、

その $x$ 座標は正である。B、Cは $n$ 上の点であり、Bの $x$ 座標は1である。Aの $y$ 座標はBの $y$ 座標と等しく、Cの $x$ 座標はAの $x$ 座標と等しい。次の問いに答えなさい。



- (1) 関数 $y = \frac{4}{9}x^2$ について、 $x$ の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のときの $y$ の変域を求めなさい。
- (2) 線分ACの長さは線分ABの長さの何倍ですか。ただし、 $x$ 軸の1目もりの長さと $y$ 軸の1目もりとは等しいとする。
- (3) 直線AB、曲線 $m$ 、 $n$ で囲まれた図形の中に、 $k$ 、 $l$ を1以上の自然数としたとき座標が $(k, l)$ で表される点はいくつあるか、求めなさい。ただし、図形の境界線も含める。

## 反比例と格子点 解答例

範囲：中1中3関数

難易度：★★★★☆☆

### 問1 (3点)

最大値… $x = -3$  を代入し,  $y = 4$

最小値… $x = 0$  を代入し,  $y = 0$

$0 \leq y \leq 4$

### 問2 (3点)

$B(1, 4)$ ,  $A(3, 4)$ ,  $C(3, \frac{4}{3})$  と表される。

$$AC = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}, \quad AB = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}$$

$\frac{4}{3}$  倍

### 問3 (4点) (追加問題)

$y = \frac{4}{x}$  に  $x = 2$  を代入すると,  $(2, 2)$

$y = \frac{4}{9}x^2$  に  $x = 2$  を代入すると,  $(2, \frac{16}{9})$

よって, 座標  $(2, 2)$  は, 図形の中に含まれていることが分かる。

残りは,  $B(1, 4)$  から  $y$  座標を1つずつ減少させたものを数えればよいから,  $+4$  個。

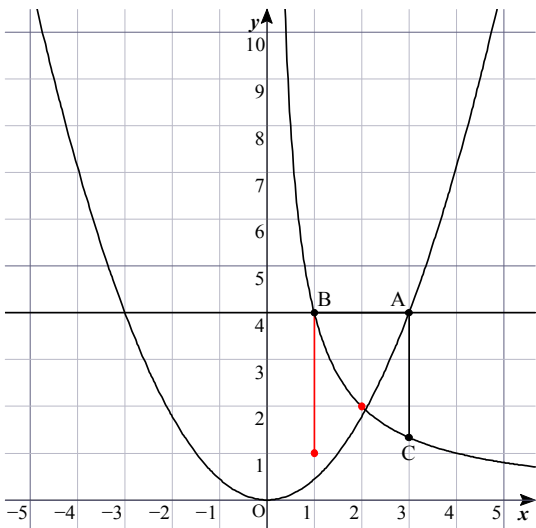
したがって,  $1+4 =$

**5 個**

※交点を求める際,

$\frac{4}{x} = \frac{4}{9}x^2$  を解こうと思っても, 中学範囲内では解けないので,

上記の解き方をする。



一応解くと,

$$\frac{4}{9}x^2 = \frac{4}{x} \quad \frac{1}{9}x^3 = 1 \quad x^3 = 9$$

$$x^3 - 9 = 0 \quad (x - 9^{\frac{1}{3}})(x^2 + 9^{\frac{1}{3}}x + 9^{\frac{2}{3}})$$

$$x^2 + 9^{\frac{1}{3}}x + 9^{\frac{2}{3}} = 0 \text{ の判別式 } D = 9^{\frac{2}{3}} - 4 \cdot 9^{\frac{2}{3}} < 0$$

なので, 実数解は,  $x = 9^{\frac{1}{3}} \cong 2.08$

となるので,  $x = 2$  が図形内に含まれていることが分かる。

### 【コメント】

何となく選びましたが, 小問集合なのであつけなかったもので, 問3を追加しておきました。北海道では学力テスト B に格子点の問題が出題されて大変だったようです。高校入試で出題される問題はそこまで難しいのは出ません。何回か練習しておく程度でいいでしょう。