

反比例と格子点

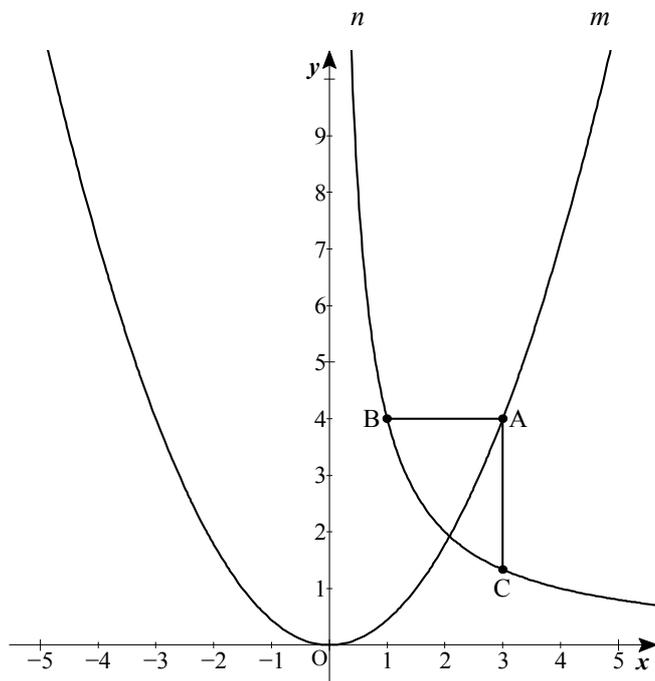
範囲：中1中3関数

難易度：★★★★☆☆

得点 _____ /10

出典：2016年度大阪府 に追加問題

下の図において、 m は $y = \frac{4}{9}x^2$ のグラフを表し、 n は $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$)のグラフを表す。Aは m 上の点であり、その x 座標は正である。B、Cは n 上の点であり、Bの x 座標は1である。Aの y 座標はBの y 座標と等しく、Cの x 座標はAの x 座標と等しい。次の問いに答えなさい。



- (1) 関数 $y = \frac{4}{9}x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めなさい。
- (2) 線分 AC の長さは線分 AB の長さの何倍ですか。ただし、 x 軸の1目もりの長さと y 軸の1目もりとは等しいとする。
- (3) 直線 AB, 曲線 m , n で囲まれた図形の中に、 k , l を1以上の自然数としたとき座標が (k, l) で表される点はいくつあるか、求めなさい。ただし、図形の境界線も含める。

反比例と格子点 解答例

範囲：中1中3関数

難易度：★★★★☆☆

問1 (3点)

最大値… $x = -3$ を代入し, $y = 4$

最小値… $x = 0$ を代入し, $y = 0$

$0 \leq y \leq 4$

問2 (3点)

$B(1, 4)$, $A(3, 4)$, $C(3, \frac{4}{3})$ と表される。

$$AC = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}, \quad AB = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}$$

$\frac{4}{3}$ 倍

問3 (4点) (追加問題)

$y = \frac{4}{x}$ に $x = 2$ を代入すると, $(2, 2)$

$y = \frac{4}{9}x^2$ に $x = 2$ を代入すると, $(2, \frac{16}{9})$

よって, 座標 $(2, 2)$ は, 図形の中に含まれていることが分かる。

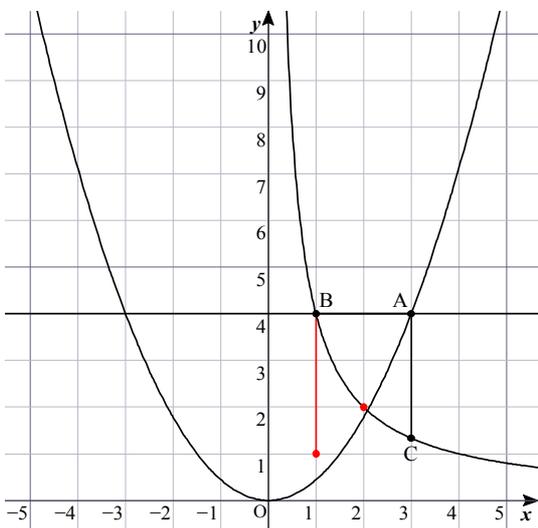
残りは, $B(1, 4)$ から y 座標を1つずつ減少させたものを数えればよいから, $+4$ 個。

したがって, $1+4 =$

5 個

※交点を求める際,

$\frac{4}{x} = \frac{4}{9}x^2$ を解こうと思っても, 中学範囲内では解けないので, 上記の解き方をする。



一応解くと,

$$\frac{4}{9}x^2 = \frac{4}{x} \quad \frac{1}{9}x^3 = 1 \quad x^3 = 9$$

$$x^3 - 9 = 0 \quad (x - 9^{\frac{1}{3}})(x^2 + 9^{\frac{1}{3}}x + 9^{\frac{2}{3}})$$

$$x^2 + 9^{\frac{1}{3}}x + 9^{\frac{2}{3}} = 0 \text{ の判別式 } D = 9^{\frac{2}{3}} - 4 \cdot 9^{\frac{2}{3}} < 0$$

なので, 実数解は, $x = 9^{\frac{1}{3}} \cong 2.08$

となるので, $x = 2$ が図形内に含まれていることが分かる。

【コメント】

何となく選びましたが, 小問集合なのであつけなかったもので, 問3を追加しておきました。北海道では学力テスト B に格子点の問題が出題されて大変だったようです。高校入試で出題される問題はそこまで難しいのは出ません。何回か練習しておく程度でいいでしょう。