

平行四辺形を2等分 関数

範囲：中3関数中2図形

難易度：★★★★☆☆

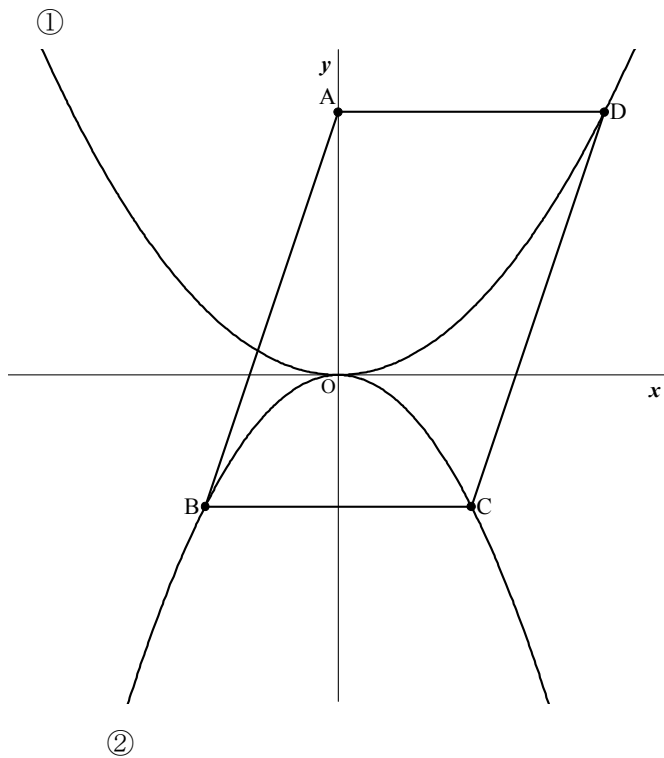
得点 _____ /4

出典：2014年度愛知県

下の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2 \dots \textcircled{1}$ のグラフと、

$y = -\frac{1}{2}x^2 \dots \textcircled{2}$ のグラフがあります。y軸上にy座標

が正となる点 A、 $\textcircled{2}$ 上にx座標が負となる点 B、正となる点 C、 $\textcircled{1}$ 上にx座標が正となる点 D を取り、平行四辺形を作ります。点 O は原点とし、 $\angle OAD$ は直角です。次の問いに答えなさい。



Cのx座標を2とします。平行四辺形 ABCD を2等分する傾き 2 の直線の式を求めなさい。(途中計算も書くこと。)

平行四辺形を2等分 関数 解答例

範囲：中3関数中2図形 難易度：★★★★☆☆

(4点)

【知識が無くても力技で解ける方法】

C (2, -2), B (-2, -2) BC=4 となるから, AD=4 なので, D (4, 4), A (0, 4) 【Dの座標2点】
直線BDの傾きが1なので, 2等分するとき, 傾き2の直線は線分AD, 線分BC上を通る。

【AD, BCを通ることが分かれば2点】

$y = 2x + b$ と置くと, AD, BCとの交点E, Fの座標は,

$$E\left(\frac{4-b}{2}, 4\right) \quad F\left(\frac{-2-b}{2}, -2\right)$$

AD+BC=8 だから, AE+BF=4 となれば良い。

$$AE = \frac{4-b}{2} \quad BF = \frac{-2-b}{2} + 2 = \frac{2-b}{2}$$

$$\frac{4-b}{2} + \frac{2-b}{2} = 3-b = 4 \quad b = -1$$

【方程式1点 解答1点】

(答え) $y=2x-1$

【楽な解法】

Point

平行四辺形(ひし形, 長方形, 正方形も)の中心(対角線の交点)を通る直線は, 平行四辺形を必ず2等分する!

【楽な解法】

C (2, -2), B (-2, -2) BC=4 となるから, AD=4 なので, D (4, 4), A (0, 4) 【Dの座標2点】
傾き2の直線が, 平行四辺形ABCDを2等分するとき, 対角線の交点(中心)を通る。

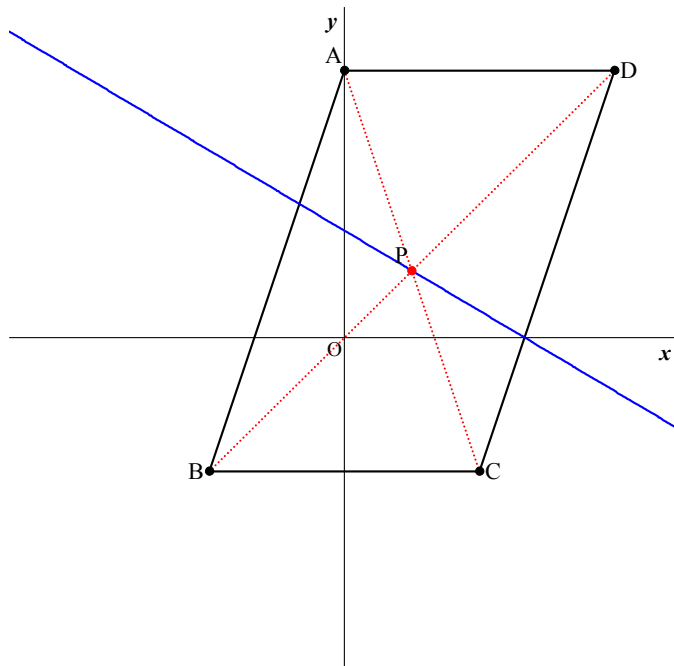
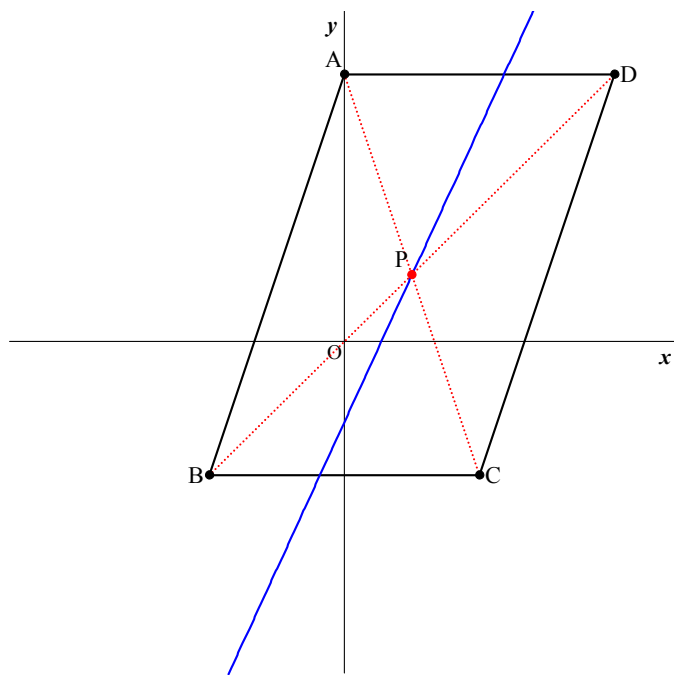
対角線の交点はACの中点だから, (1, 1) 【2点】

$y = 2x + b$ に代入して, $1 = 2 + b \quad b = -1$

【方程式1点 解答1点】

(答え) $y=2x-1$

【コメント】



上記の図のように, 対角線の交点を通れば, どんな直線でも平行四辺形を2等分してくれます。

直線と平行四辺形の周との交点をE, Fとすると, $\triangle APE = \triangle CPF$ であることから, 証明するまでもないですね。

もちろん力技でも解けますが, テクニックとして覚えておきましょう。たぶん問題作成者は, このテクニックを知っている前提で問題を作っていると思われます。