

適度に差がつく関数

範囲：中3関数

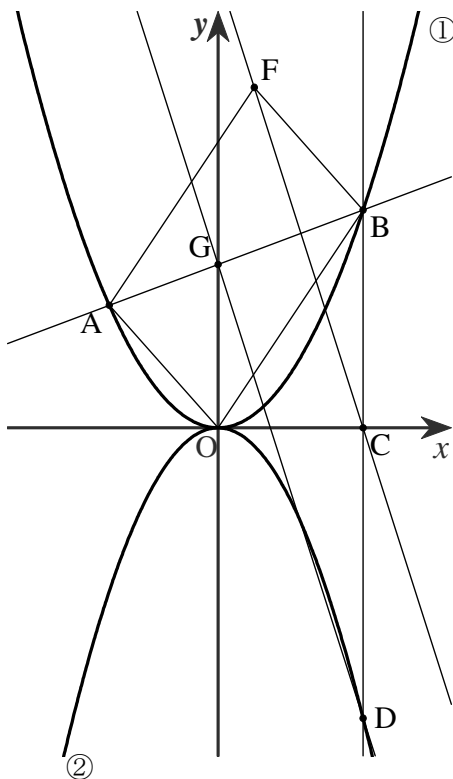
難易度：★★★★☆

得点

/8

出典：2021年度 静岡県

図において、①は関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフであり、②は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。2点A, Bは、放物線①上の点であり、そのx座標は、それぞれ-3, 4である。点Bを通りy軸に平行な直線と、x軸、放物線②との交点をそれぞれC, Dとする。このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1) x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ であるとき、関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ の y の変域を求めなさい。

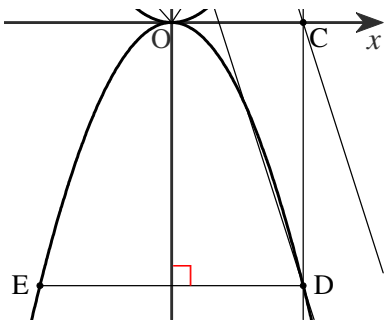
(2) 点Dからy軸に引いた垂線の延長と放物線②との交点をEとする。点Eの座標を求めなさい。

(3) 点Fは四角形AOBFが平行四辺形となるようにとった点である。直線ABとy軸との交点をGとする。直線CFと直線DGが平行となるときの、 a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

【解答例】

(1) (2点) (正答率 78.5%) $-2 \leq y \leq 0$

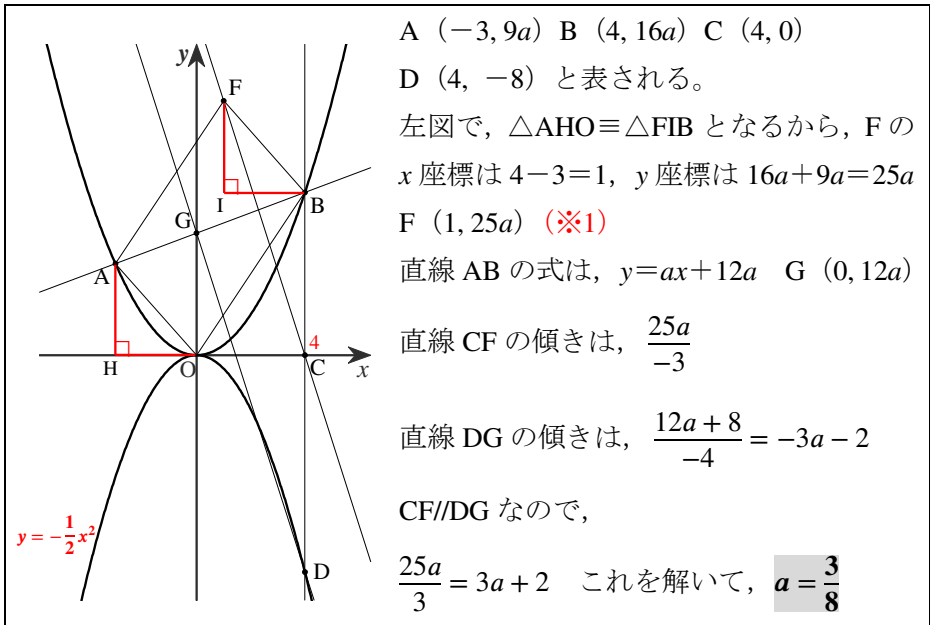
(2) (2点) (正答率 67.5%)



点 E の位置に気をつける。問題文をしっかりと読む。左のようになる。

E (-4, -8)

(3) (4点) (正答率 14.5%)



A (-3, 9a) B (4, 16a) C (4, 0)

D (4, -8) と表される。

左図で、 $\triangle AHO \equiv \triangle FIB$ となるから、F の x 座標は $4-3=1$ 、y 座標は $16a+9a=25a$

F (1, 25a) (※1)

直線 AB の式は、 $y=ax+12a$ G (0, 12a)

直線 CF の傾きは、 $\frac{25a}{-3}$

直線 DG の傾きは、 $\frac{12a+8}{-4} = -3a-2$

CF//DG なので、

$\frac{25a}{3} = 3a+2$ これを解いて、 **$a = \frac{3}{8}$**

(※1) どの程度書いたら良いか知らんが「OA//BF, OA=BF より、F の x 座標は $4-3=1$ 、y 座標は $16a+9a=25a$ 」ぐらいで良いと思われる。

(※2) 解答欄の広さによるが、簡単な図を描いておくと保険になる。採点の厳しさは.....学校とか受験生の出来によると思われる。

【コメント】

とりあえず問題集に載せやすい関数の問題です。北海道の中学生の練習にも良いですね。関数で計算過程を記述させる問題が出るなら、その練習にぴったりです。解答欄の広さによりますが、図描いておくと楽です。静岡は途中計算の部分点情報が分かりませんね.....。

(3) は正答率 14.5%と、かなり差が付きやすいですね。上位高校なら解けなかったらほぼ絶望、それなりの高校なら解けたらかなりのアドバンテージです。これくらいの正答率の問題が最も恐ろしい！

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>