

ひていにき（分割空間図形と記述）

範囲：中3図形

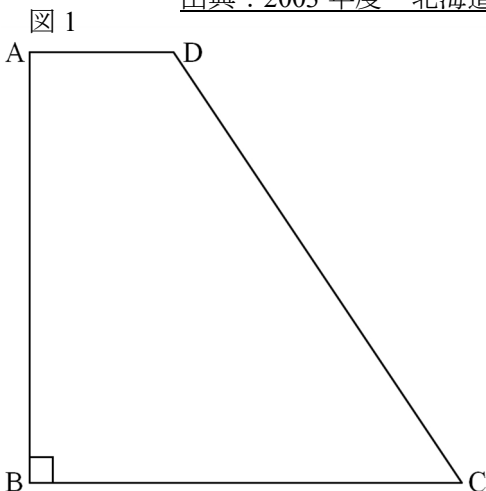
難易度：★★★★☆

得点

/10

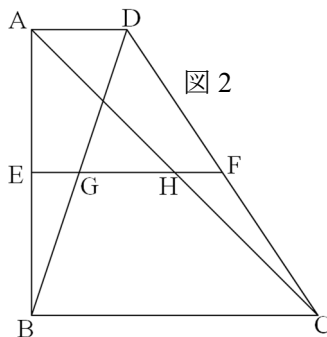
出典：2003年度 北海道

図1のように、 $AB=BC=4\text{ cm}$ 、 $AD=a\text{ cm}(0 < a < 4)$ 、 $AD \parallel BC$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の台形 $ABCD$ があります。次の問いに答えなさい。

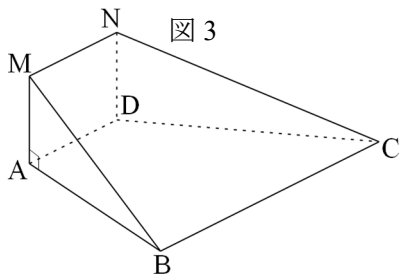


問1 Bを通り、辺CDと垂直に交わる直線を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

問2 図2のように、辺AB、CDの中点をそれぞれE、Fとし、線分EFと線分BD、ACとの交点をそれぞれG、Hとします。AD=GHのとき、 a の値を求めなさい。



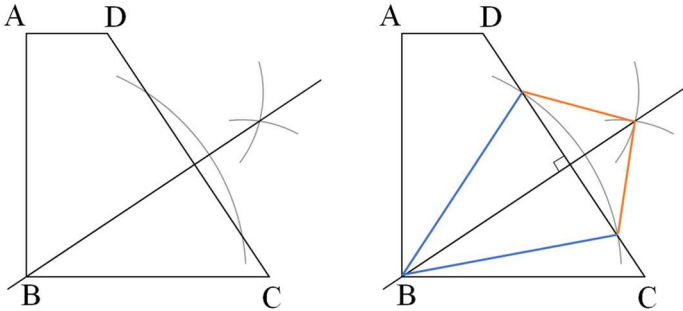
問3 図3のように、台形 $ABCD$ を底面とする立体があります。面 $MNDA$ は正方形で、 $\angle MAB=90^\circ$ です。この立体の体積が 4 cm^3 のとき、 a の値を求めなさい。計算過程も書きなさい。



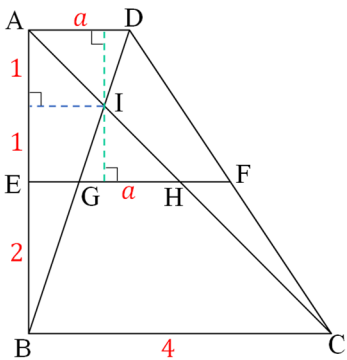
【解答例】

問 1 (3 点)

二等辺三角形を 2 つ作る (凧形四角形を作る) ことで, 垂線を作図している。



問 2 (3 点)

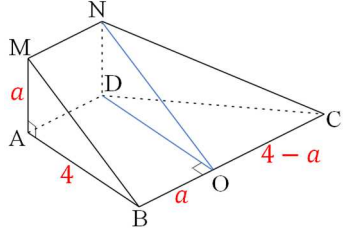


$AD=GH$ なので, AH と GH との交点を I とすると, $\triangle ADI \cong \triangle HGI$ 。よって, それぞれ AD, HG を底辺とした三角形の高さも同じとなる。

$\triangle IGH \sim \triangle IBC$ で, $GH : BC = 1 : 3 = a : 4$

$$a = \frac{4}{3}$$

問3 (4点)



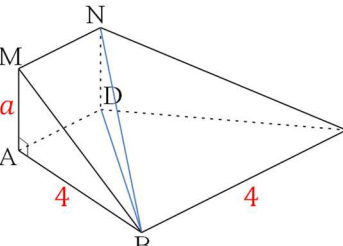
点 D から辺 BC に垂線を下ろし、交点を O とする。

この立体の体積は、
三角柱 MAB-NDO と三角錐 N-DOC の和
…①だから、

$$\frac{1}{2} \times 4 \times a \times a + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (4-a) \times 4 \times a \dots \textcircled{2} = \frac{4a^2 - 8a}{3}$$

$$\frac{4a^2 - 8a}{3} = 4 \quad \text{整理して、} \quad a^2 - 2a - 3 = 0 \dots \textcircled{3} \quad (a+3)(a-1) = 0$$

$0 < a < 4$ より、 $a = 1$



※DB, NB で分割して、四角錐 B-MADN と三角錐 B-NDC で分けても良いかもしれない。【部分点】

①, どのように図形を分割したか書かれてある【1点】

②, 体積を求める式が書かれてある【1点】

③, 因数分解一歩手前の式が書かれてある【1点】

【コメント】

オズワルド畠中さんが解いたであろう入試問題です。問1は基礎問題、問2は塾用ワークに載っていそうな問題ですね。問3もよくある応用問題なのですが、北海道あるある、記述式問題です。 $a=1$ だけ書いても点数はくれませんが、途中過程も書かないと点は貰えません。中々記述できない中学生が多いです。「①, どのように図形を分割したのか」「②, 求める式」「③, 計算過程」を日本語で書けるかどうか.....。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>