

因数分解型整数問題	
範囲：中3計算	難易度：★★★★☆

得点 _____ /8

【出典 (2)】2017 年度 慶應義塾志木高校

(1) $(m-7)(n-6) = 5$ を満たす自然数 (m, n) の組を
4つ求めなさい。

(2) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{7}$ を満たす自然数 (m, n) の組を求めなさい。
ただし、 $m < n$ とします。計算過程も書きなさい。

因数分解型整数問題 解答例

範囲：中3計算

難易度：★★★★☆

(1) (1点×4)

m, n は自然数だから、 $m-7, n-6$ は整数。5は素数だから、

$m-7$	$n-6$
5	1
1	5
-5	-1
-1	-5

のいずれかとなる。

よって、 $(m, n) = (12, 7) (8, 11) (2, 5) (6, 1)$

(2) (4点)

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{7} \quad \text{両辺に } 7mn \text{ をかけて,}$$

$$7n + 7m = mn \quad mn - 7n - 7m = 0$$

$$(m-7)(n-7) = 49 \quad \text{【2点】}$$

m, n は自然数だから、 $m-7, n-7$ も自然数であり、 $m < n$ なので、

$$\begin{cases} m-7=1 \\ n-7=49 \end{cases} \quad \text{【1点】 となる。}$$

$$(m, n) = (8, 56) \quad \text{【1点】}$$

【コメント】

高校範囲な気がしますが、北海道の高校受験では、2010年度、2017年度に、わりとデカイ問題として出題されています。2017年度の問題に対して、私は「高校範囲だし難しくない!？」と思っていましたが、塾業界では「これは簡単、サービス問題。」とおっしゃる方がいました。すごえ。

2010年度の正答率は21.6%、2017年度は(完答が)8.7%でした。そう、意外に高いのである。何故だ!?