

工夫して計算の難問

範囲：色々

難易度：★★★★★

得点

/9

出典：2018年度 開成高校（高校入試）

次の問いに答えよ。結果のみ答えること。

(1) 次の計算をせよ。

$$3.14159 \times 7.55052 + 2.44948 \times 2.23606 + 0.90553 \times 2.44948$$

(2) $12a^3 - 4a^2c - 75ab^2 + 25b^2c$ を因数分解せよ。

(3) 連立方程式

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -5 \\ xy = 4 \end{cases}$$

を解け。ただし、 $x > y$ とする。

【解答解説】

(1)

当たり前だが、そのままがむしやりに計算する問題ではない。

数字をよく見ると、 $3.14159 = \text{円周率}$? $2.23606 = \sqrt{5}$? と考えそうだが、これはカモフラージュである。

まず、 2.44948 は共通なので、くくる。すると色々見えてくる。

$$\begin{aligned} & 3.14159 \times 7.55052 + 2.44948 \times 2.23606 + 0.90553 \times 2.44948 \\ &= 3.14159 \times 7.55052 + 2.44948(2.23606 + 0.90553) \\ &= 3.14159 \times 7.55052 + 2.44948 \times 3.14159 \\ &= 3.14159(7.55052 + 2.44948) \\ &= 3.14159 \times 10 = \mathbf{31.4159} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} & 12a^3 - 4a^2c - 75ab^2 + 25b^2c \\ &= 4a^2(3a - c) - 25b^2(3a - c) \\ &= (3a - c)(4a^2 - 25b^2) \\ &= \mathbf{(3a - c)(2a + 5b)(2a - 5b)} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -5 \dots \textcircled{1} \\ xy = 4 \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \textcircled{1} \times xy \text{より, } x + y = -5xy \text{ だから, } x + y = -20$$

$$y = -20 - x \text{ を, } \textcircled{2} \text{ に代入して, } -x(20 + x) = 4 \quad x^2 + 20x + 4 = 0$$

$$x = -10 \pm 4\sqrt{6} \quad x = -10 + 4\sqrt{6} \text{ のとき, } y = -10 - 4\sqrt{6}$$

$$x = -10 - 4\sqrt{6} \text{ のとき, } y = -10 + 4\sqrt{6} \quad x > y \text{ なので,}$$

$$\mathbf{x = -10 + 4\sqrt{6}, y = -10 - 4\sqrt{6}}$$

※中学生が解く問題なので、対称式 (x, y を入れ替えても成り立つ式) には触れないでおきます。

【コメント】 高校生が有利ですが、ギリギリ中学範囲です。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>