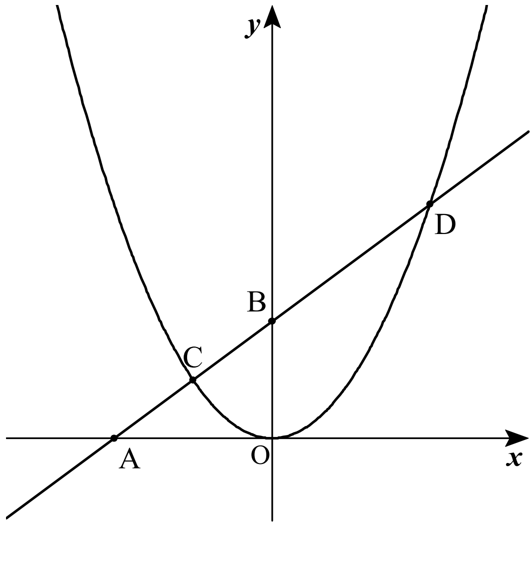
関数比率難問		
範囲：中 3 関数	難易度：★★★★☆	得点　　　　　　/10

出典：2019 年度　東大寺学園高校

図のように，原点 O とする xy 平面上に傾き$\frac{3}{4}$で切片が正の直線 l がある。

l と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とし，l と放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ との交点を x 座標の小さい方から順に C，D とする。AB＝BD のとき，次の問いに答えよ。

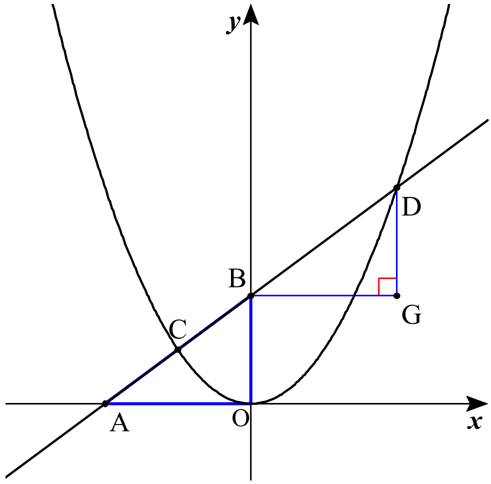


（1）D の座標を求めよ。

（2）C の座標を求めよ。

（3）A を通る直線 m が線分 OC，線分 OD とそれぞれ点 E，F で交わり，三角形 AEC と三角形 EOF の面積が等しいとする。このとき，F の座標を求めよ。

【解答例】※あくまでも解答例です。ここにある解法が必ずしも最適とは限りません。



（1）（4 点）

D$\left(t,\dfrac{1}{2}t^2\right)$と置く。図で，AB＝BD より， △ABO ≡△BDG であるから，

AO＝BG なので，A$(-t, 0)$　直線 AD の傾きは，$\dfrac{3}{4}$なので

$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{1}{2}t^2\div 2t=\dfrac{1}{4}t=\dfrac{3}{4}$　$t=3$　**D$\left(3,\dfrac{9}{2}\right)$**

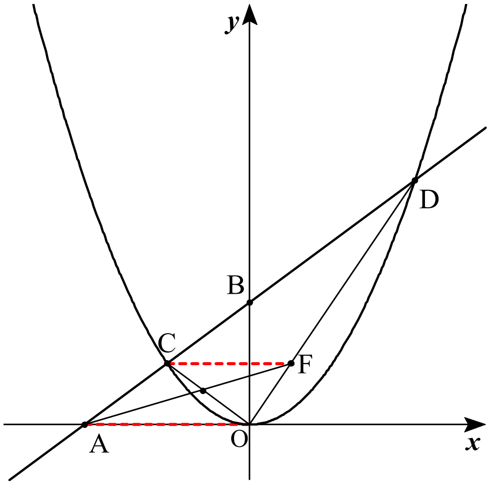
（2）（3 点）

BO = DG なので，B$\left(0,\dfrac{9}{4}\right)$　$l : y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{9}{4}$

$\dfrac{1}{2}x^2=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{9}{4}$　$2x^2-3x-9=0$　$(x-3)(2x+3)=0$　$x<0$ より $x=-\dfrac{3}{2}$

C$\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{9}{8}\right)$

（3）（3 点）



△AEC＝△EOF のとき，（等積変形から）AO//CF

OD：$y=\frac{3}{2}x$ より，F の y 座標は $\frac{9}{8}$ だから，$\mathbf{F\left(\frac{3}{4},\frac{9}{8}\right)}$

【コメント】

　恐らく（1）が最も難しい問題です。ここさえ乗り越えれば余裕です。D の x 座標を t と置くと，A の x 座標は $-t$，ここまでは結構いけると思いますが，その後。傾き（変化の割合）の条件を，上手く利用しましょう。こういうところで，学校の授業をしっかり受けていたかが試されます。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/