

反比例と直線

範囲：中2関数

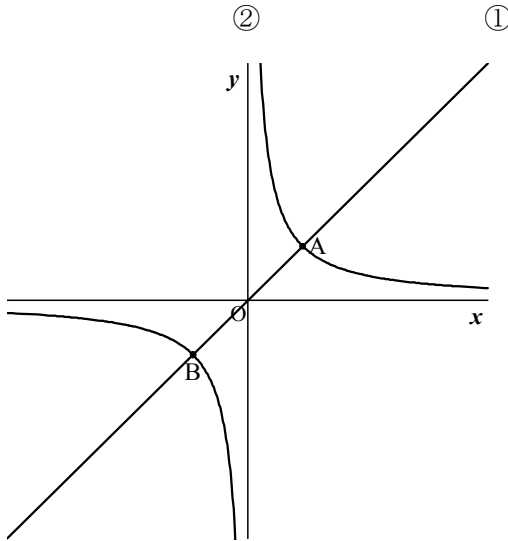
難易度：★★★★☆☆

得点

/10

出典：オリジナル

下の図のように、関数 $y=x \cdots \textcircled{1}$ のグラフと、関数 $y=\frac{a}{x} \cdots \textcircled{2}$ ($a>0$) のグラフがあります。①と②との交点のうち、 x 座標が正のものをA、負のものをBとします。点Oは原点とします。次の問いに答えなさい。



問1 点Aの x 座標が2のとき、 a の値を求めなさい。

問2 C(0, -4)をとります。2点B, Cを通る直線の傾きが-2のとき、点Bの座標を求めなさい。

問3 $a=1$ とします。 x 座標が $\frac{3}{2}$ 、 y 座標が t (<0)となる点Dをとります。 $\triangle ABD$ の面積が2となるとき、 t の値を求めなさい。

【解答例】

問 1 (3 点)

A の x 座標 2 を, $y=x$ に代入して,
A (2, 2) これを, ②に代入し, (※)

$$2 = \frac{a}{2} \quad \mathbf{a = 4}$$

(※) 反比例の式は, $xy = a$ (x と y の積は一定) と変形できるから,
この式から比例定数求めた方が
いい, 高校受験では。

問 2 (3 点)

2 点 B, C を通る直線は, 傾き -2 ,
切片 -4 なので, $y = -2x - 4$
 $y = x$ と連立した方程式を解くと,
 $-2x - 4 = x \quad 3x = -4$

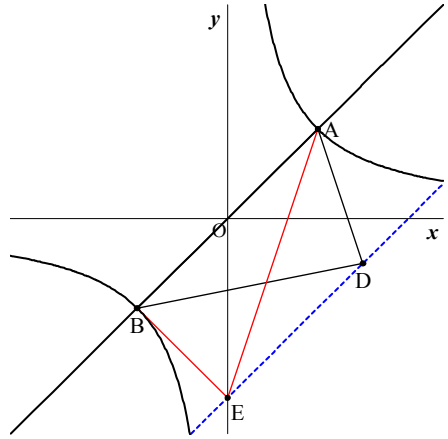
$$x = -\frac{4}{3} \quad \mathbf{B\left(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right)}$$

(※)

$$\begin{cases} y = x \\ y = -2x - 4 \end{cases}$$

という連立方程式があったとき, どう考えても代入法で解くべきですが, 世の中学生は加減法しか取得していない場合がある。(しかも結構な割合) 連立方程式の分野で身につけていなくても, この分野で無理やり取得さすべき……?

問 3 (4 点)

**【解法 1 たぶん楽】**

D から AB に平行な直線を引き, y 軸との交点を E とする。

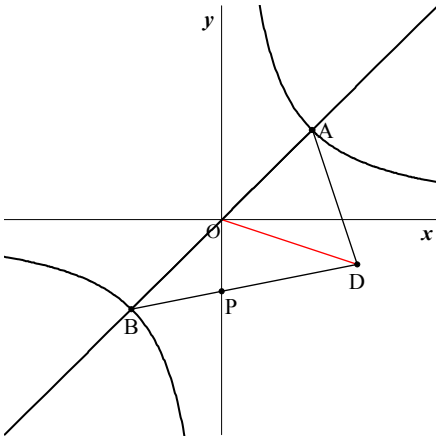
$\triangle ABD = \triangle ABE$ となるから,

$$\triangle ABE = 2 \times \frac{1}{2} \times OE \times 1 = OE = 2$$

となる。よって直線 DE は切片 -2 , 傾き 1 の直線となるから,

DE : $y = x - 2$ に $x = \frac{3}{2}$ を代入して,
 $y = -\frac{1}{2}$

$$\mathbf{t = -\frac{1}{2}}$$



【解法2 発想は単純】

OA=OB だから、DO は△ABD を二等分する。よって△OBD=1/2 BD と y 軸との交点を P とする。

$$\triangle OBD = \triangle OPB + \triangle OPD$$

$$= \frac{1}{2} \times OP \times 1 + \frac{1}{2} \times OP \times \frac{3}{2} = \frac{5}{4} OP$$

$$\frac{5}{4} OP = 1 \quad \text{より、} \quad OP = \frac{4}{5}$$

P $(0, -\frac{4}{5})$ となるので、直線 BP の

式は傾き $\frac{1}{5} \div 1 = \frac{1}{5}$ なので、

$$BP: y = \frac{1}{5}x - \frac{4}{5}$$

D の x 座標 $\frac{3}{2}$ を代入して、

$$t = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{2}$$

【コメント】

問2までは当たり前前に解けてほしい.....のですが、聞き方を少し変えられると同じ問題なのに解けないということが多発。色々な聞き方でトレーニングしていくしかありません。

問3が、差がつく問題です。解法1のように楽に解くのもいいですが、最終手段としてがむしゃらに解く方法もあるということは覚えておきましょう。本番そんな鮮やかに解けること稀です。人生かかっているからね。

【制作】

高校入試 数学 良問・難問

<https://hokkaimath.jp/>