

加重平均と資料の整理

範囲：資料の整理

難易度：★★★★☆

得点

/8

出典：2019年度 奈良県

P市にあるQ中学校では、徒歩のみで通学する生徒と、自動車やバスなどの他の手段も利用して通学する生徒に分けて、それぞれの生徒の通学時間を調べた。徒歩のみで通学する方法を「通学方法A」、自転車やバスなどの他の手段も利用して通学する方法を「通学方法B」とする。各問いに答えよ。

(1) 表1は、Q中学校の3年1組について、通学時間を調べて得た資料を値が小さな順に並べたものであり、表2は、表1を度数分布表に整理したものである。表1、2から読み取ることができることがらとして適切なものを、後のア～オからすべて選び、その記号を書け。

表1

通学方法A (分)	4, 7, 10, 11, 15, 15, 16, 17, 17, 17, 18, 18, 19, 19, 21, 21, 22, 22, 23, 24, 24, 26, 27, 27
通学方法B (分)	10, 11, 14, 15, 17, 17, 17, 18, 18, 20, 22, 23, 24, 26, 28, 31

表2

階級 (分)	度数 (人)	
	通学方法A	通学方法B
以上 未満		
0～5	1	0
5～10	1	0
10～15	2	3
15～20	10	6
20～25	7	4
25～30	3	2
30～35	0	1
計	24	16

- ア 表1において、通学時間の範囲は、通学方法Aよりも通学方法Bの方が小さい。
- イ 表1において、通学時間の中央値(メジアン)は、通学方法Aよりも通学方法Bの方が小さい。
- ウ 表1において、通学時間の最頻値(モード)は、通学方法Aよりも通学方法Bの方が小さい。
- エ 表2において、通学時間が25分以上30分未満の階級の度数は、通学方法Aよりも通学方法Bの方が小さい。
- オ 表2において、通学時間が15分未満である階級の相対度数の合計は、通学方法Aよりも通学方法Bの方が小さい。

(2) 表3は、Q中学校の3年2組、3年3組における、通学方法Aで通学している生徒と、通学方法Bで通学している生徒について、それぞれ通学時間の平均値と人数を表したものである。

〔 〕内は、表3に関する花子さんと太郎さんの会話である。この会話を読んで、①、②の問いに答えよ。

表3

	通学方法A		通学方法B	
	平均値 (分)	人数 (人)	平均値 (分)	人数 (人)
2組	17.2	25	21.6	15
3組	17.0	18	21.5	22

花子：通学時間の平均値は、通学方法Aの平均値も、通学方法Bの平均値も、2組の方が大きいね。

太郎：それなら、⑦2組全員の通学時間の平均値は、⑧3組全員の通学時間の平均値より大きいよ。

花子：そうかな。実際にそれぞれ求めてみよう。

- ① 太郎さんは、2組全員の通学時間の平均値を求めるため〔 〕内のように考えた。しかし、太郎さんの考えで、正しい値を求めることができない。その理由を、〔 〕内のようにまとめるとき、〔あ〕、〔い〕に当てはまる語句を、後のア～カから1つずつ選び、その記号を書け。

$$\frac{17.2 + 21.6}{2} = 19.4 \quad \text{よって、2組全員の通学時間の平均値は、19.4分である。}$$

【理由】2組で、通学方法Aで通学している生徒の〔あ〕と、通学方法Bで通学している生徒の〔あ〕が、〔い〕から。

- ア 通学時間の平均値 イ 通学時間の合計 ウ 人数
エ 等しい オ 異なる カ 等しいか異なるかわからない

- ② 〔 〕内の下線部⑦、⑧の値を、小数第2位を四捨五入してそれぞれ求めよ。

(3) P市にある5つの中学校の生徒の通学時間について調べるため、5つの中学校の全生徒2485人から、無作為に250人抽出する標本調査を行ったところ、通学時間が15分以上20分未満と回答した生徒は96人いた。5つの中学校の全生徒のうち、通学時間が15分以上20分未満である生徒はおよそ何人いると推定できるか。一の位の数をもとに四捨五入した概数で答えよ。

【解答例】**(1) (2点) ア イ エ**

ア 範囲は、通学方法 A が $27-4=23$ 分、通学方法 B が、 $31-10=21$ 分であるので、通学方法 B の方が小さい。○

イ 中央値は、通学方法 A が $(12 \text{ 人目}(18)+13 \text{ 人目}(19)) \div 2=18.5$ 分
通学方法 B が $(8 \text{ 人目}(18)+9 \text{ 人目}(18)) \div 2=18$ 分
通学方法 B の方が小さい。○

ウ 最頻値は、通学方法 A が 17 分、通学方法 B が 17 分なので、同じ。×

エ 25 分以上 30 分未満の階級の度数なので、通学方法 A が 3、通学方法 B が 2 となるので、B の方が小さい。○

オ 通学時間が 15 分未満である階級の相対度数の合計なので、
通学方法 A が $4 \div 24=0.166\dots$ 、通学方法 B が $3 \div 16=0.1875$ なので、
B の方が大きい。×

(2)**Point** いわゆる「加重平均」に関する問題**① (2点) あウ いオ**

【理由】2組で、通学方法 A で通学している生徒のウ 人数と、通学方法 B で通学している生徒のウ 人数が、オ 異なるから。

② (1点×2)

ア 2組全員の通学時間の合計は $17.2 \times 25 + 21.6 \times 15$ で求めることができるので、これを合計人数 40 で割ることで、正しい平均値を求められる。

$$\frac{17.2 \times 25 + 21.6 \times 15}{40} = \frac{17.2 \times 5 + 21.6 \times 3}{8} = 18.85 \approx \mathbf{18.9 \text{ 分}}$$

イ アと同様に、

$$\frac{17.0 \times 18 + 21.5 \times 22}{40} = 19.475 \approx \mathbf{19.5 \text{ 分}}$$

(3) (2点)

2485 人中 x 人いるとし、 $250:96 = 2485:x$ $x = \frac{96 \times 2485}{250} = 954.24 \approx \mathbf{950 \text{ 人}}$

【加重平均】

	通学方法 A		通学方法 B	
	平均値 (分)	人数 (人)	平均値 (分)	人数 (人)
2組	17.2	25	21.6	15

そもそも通学方法 A の平均値 (分) はどのように出しているのか。

$$\text{平均値} = \frac{25 \text{ 人分の合計通学時間}}{25}$$

である。25 人分の合計通学時間を出すために、平均値×25 をしている。通学方法 B も同じ。

$$\begin{aligned} \text{正しい平均} &= \frac{40 \text{ 人分の合計通学時間}}{40} \\ &= \frac{\text{通学方法 A の合計通学時間} + \text{通学方法 B の合計通学時間}}{\text{通学方法 A の人数} + \text{通学方法 B の人数}} \\ &= \frac{17.2 \times 25 + 21.6 \times 15}{40} \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

【コメント】

近年文科省?によりごり押しされている統計分野の問題です。ただ、数学の入試としては、この程度の問題しか出題できません。計算方法や言葉の意味を確認する程度の問題となってしまいます。無理やり複雑な問題作ったとしても、それパズルで統計と何も関係ないじゃん!となってしまふ、そんな分野です。このブログでも、アクセス数少ないし、不人気分野。

ちなみに、北海道で道コン(北海道の高校入試模試)で、資料の整理で難しいというよりは面倒くさい問題を頑張って出題していますが、あそこまで複雑な問題は本番の入試では出題しづらいです、文句出そうだから(ただのパズルとなるし、統計的に意味ある問題なのか?となってしまふ)。私あの問題嫌い。楽しくないし、何より普通に間違えるときある。

中学校の数学の授業でも、受験のことを考えると、計算の仕方、言葉の意味など、そんな授業で終わってしまいがちです。本来は「どんな場面で平均を使うべきか、中央値を使うべきか」とか「この処理はおかしいのではないか」そういうのを学ぶべきなんですけど、まあ、受験でそういう問題は採点大変だから出題不可能、授業に時間割くのは難しい。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>