

脱法問題②

範囲：中2図形？

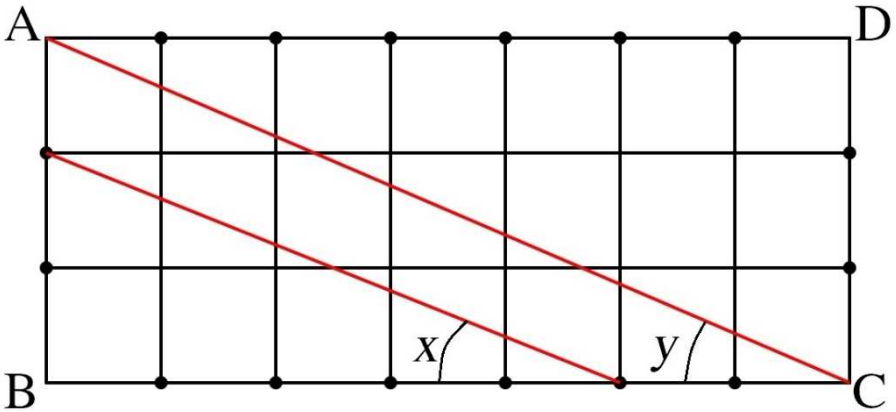
難易度：?????

得点

/?

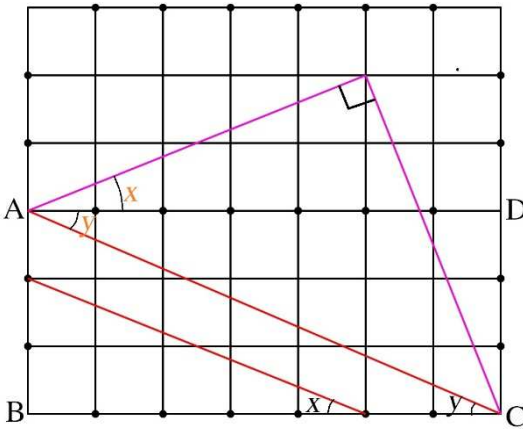
出典：?????

下の図のように、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $AD=7\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。辺 AB 、 DC を 3 等分、辺 AD 、 BC を 7 等分する点を取り、下の図のように結びます。



$\angle x + \angle y$ の大きさを求めなさい。

【中 2 の解答例？】



AD//BC より平行線の錯角は等しいから、 $\angle DAC=y$
 その隣の角の大きさが x となるように補助線を引く（右 5 上 2 に進む線）
 すると、ピンクの三角形は直角二等辺三角形となるので、
 $\angle x + \angle y = 45^\circ$

【高校生の解答例】

$\tan x = \frac{2}{5}, \tan y = \frac{3}{7}$ であるから、

$$\tan(x+y) = \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}} = \frac{\frac{29}{35}}{\frac{29}{35}} = 1 \quad x+y \leq 180 \text{ より、} \angle x + \angle y = 45^\circ$$

【コメント】

最初は誰が作ったか知りませんが、有名な問題です（正方形 3 つのが有名）。

\tan の加法定理より、

$$\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = 1 \quad \text{となればよいので、式変形して、}$$

$(\tan x + 1)(\tan y + 1) = 2$ となる組み合わせを考えれば、無限に問題が作れます。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>