-次関数と合同と高さの比

範囲:中2関数 難易度:★★★☆☆

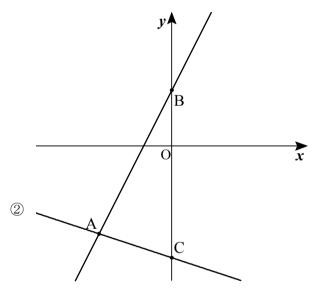
得点

/10

出典:オリジナル

下の図のように、関数 y=2x+1…①のグラフと、関数 $y=-\frac{1}{3}x-b$ …②

(b>0)のグラフがあります。①と②との交点を A, ①と y 軸との交点を B, ②と y 軸との交点を C とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



- 問1 A O x 座標が-3 Oとき、b O値を求めなさい。
- 問 2 b=1 とします。x 座標が正となる点 D をとります。 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ となる点 D の座標を求めなさい。
- 問3 A(-1,-1) とします。点 B から傾き 1 の直線を引き,②との交点を E とします。 $\triangle ABE$ の面積を求めなさい。

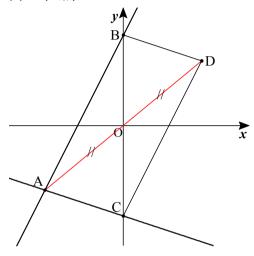
【解答例】

問1(3点)

$$x=-3$$
 を①に代入し、 $y=-5$ A $(-3,-5)$

②に代入して、
$$-5 = 1 - b$$
 b = **6**

問2(3点)



b=1 のとき、点 A の座標は

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{3}x - 1 \end{cases}$$
 を解いて、

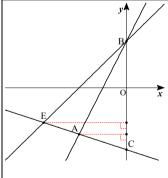
$$x = -\frac{6}{7} \quad y = -\frac{5}{7}$$

 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB \cup b = 0$

四角形 ABDC は平行四辺形となる ので、AO=DO、すなわち点 O は AD の中点となるから、

 $D\left(\frac{6}{7},\frac{5}{7}\right)$

問3(4点)



A
$$(-1, -1)$$
 を②に代入して、 $b=\frac{4}{3}$

よって $C\left(0,-\frac{4}{3}\right)$ となるから、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{4}{3}\right) \times 1 = \frac{7}{6}$$

点Bを通り傾き1の直線はy=x+1なので,

点 E の x座標は、連立方程式
$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \end{cases}$$
 を解いて、 $x = -\frac{7}{4}$

$$\triangle$$
 ABC: \triangle ABE = 1: $\left(\frac{7}{4} - 1\right)$ = 4:3 となるから、 \triangle ABE = $\frac{7}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8}$

【コメント1】

中2の図形知識を盛り込んだ問題です。大抵融合したがるのが最近の入試なので,可能な限り関連付けて覚えましょう。

【コメント2】

久々にこの問題見たら、分数だらけであまり良い問題ではないですね(笑) 代入と連立方程式もしつこいですし。練習にはよいかもだけど。

【作成】 高校入試 数学 良問·難問 https://hokkaimath.jp/