

## K 回転体

範囲：回転体，無理数

難易度：★★★★☆

得点

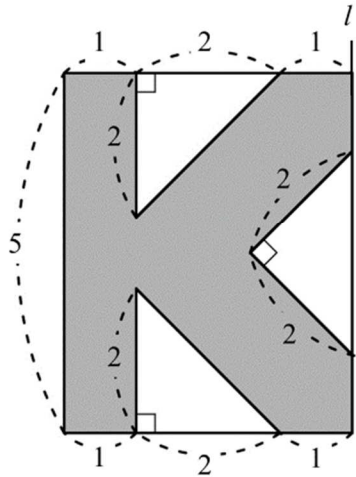
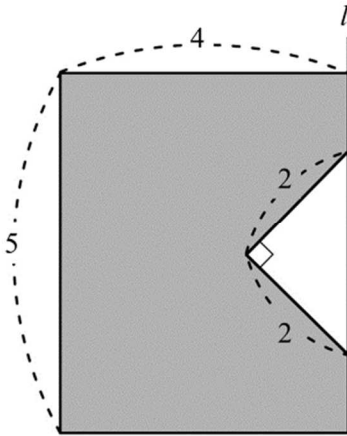
/10

出典：2021 年鎌倉学園高校（高校受験）

図のように，長方形から二等辺三角形を取り除いた網掛け部分の図形を直線  $l$  を軸として 1 回転させてできる立体について考えます。

(図 1)

(図 2)

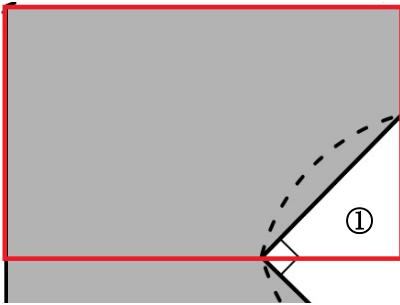


- (1) 図 1 のときにできる立体の体積を求めなさい。
- (2) 図 2 のときにできる立体の体積を求めなさい。



【解答例】 ※ここにある解答例が必ずしも最適とは限りません

(1) (5点)



左図のように、取り除かれた直角二等辺三角形が、長方形のちょうど真ん中にくると考えても問題ないので、この図で考える。

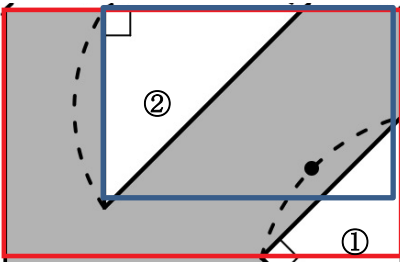
この半分の長方形を回転させてできる立体の2倍が求める答えとなる。

赤い長方形全体を回転させてできる立体の体積は、 $16\pi \times \frac{5}{2} = 40\pi$

①を回転させてできる立体の体積は $\frac{1}{3} \times (\sqrt{2})^2 \pi \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \pi$

よって、求める体積は、 $40\pi - \frac{2\sqrt{2}}{3} \pi$  を2倍して、 $\left(80 - \frac{4\sqrt{2}}{3}\right) \pi$

(2) (5点)



青い長方形全体を回転させてできる立体の体積は、 $9\pi \times 2 = 18\pi$

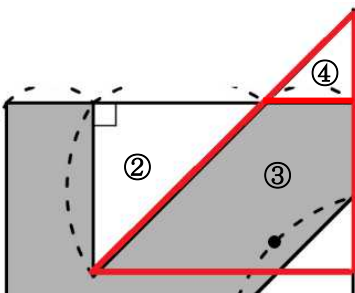
②を回転させてできる立体の体積は、左下図のように、赤い直角三角形を回転させたとして考える。③の台形を回転させてできる立体の体積は、

$$\frac{1}{3} \times 9\pi \times 3 - \frac{1}{3} \times \pi \times 1 = \frac{26}{3} \pi$$

(全体 - ④)

よって②を回転させてできる立体の体積は、

$$18\pi - \frac{26}{3} \pi = \frac{28}{3} \pi$$



よって求める体積は、

$$40\pi - \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi - \frac{28}{3}\pi = \frac{92 - 2\sqrt{2}}{3}\pi \quad \text{を2倍して,}$$

$$\frac{184 - 4\sqrt{2}}{3}\pi$$

### 【コメント】

鎌倉学園の「K」でしょうが、結構面白い問題です。直角二等辺三角形の長さの比が  $1:\sqrt{2}$  であることは、中3の二次方程式（または平方根）を習った後で一応取得したことになったので、そのあたりで回転体の復習として出題できます。（相似の知識も不要！）今年のように、まさかの高校入試数学範囲カットのようなことは起きた場合は、使える問題です。

### 【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>