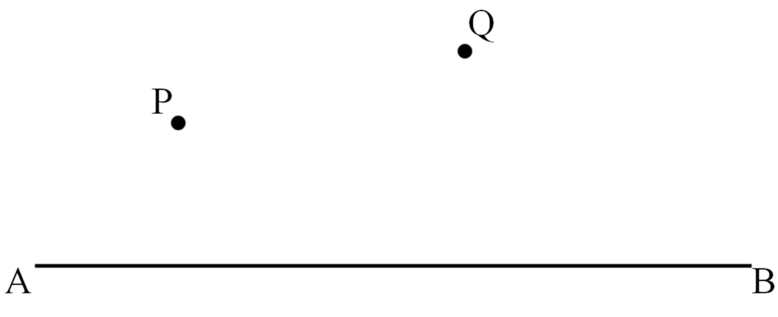
素敵な誘導作図難問		
範囲：作図	難易度：★×6	得点　　　　　/10

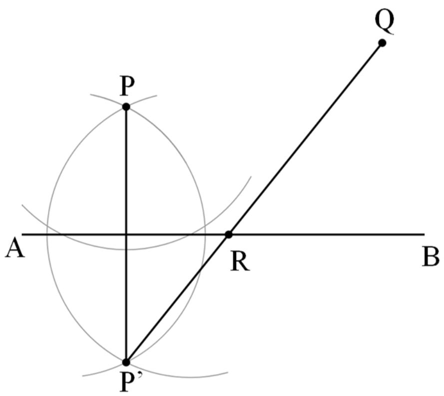
出典：2022 年度　慶應義塾志木高校

図のように線分 AB に関して同じ側に点 P，Q がある。このとき PR＋QR の長さが最も短くなるような線分 AB 上の点 R と，$\angle \mathrm{ASP} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BSQ}$ となる線分 AB 上の点 S を，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



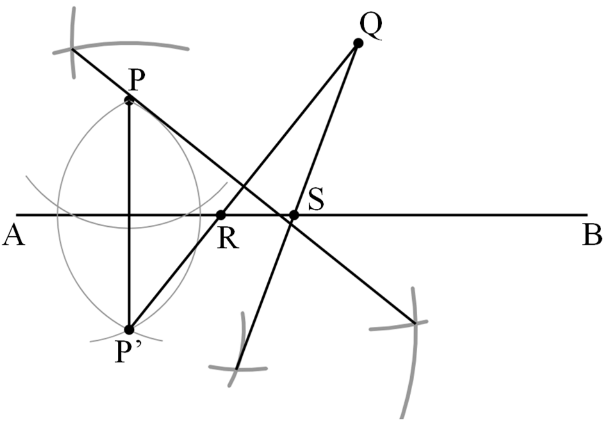
【解答例】

・点Rの作図



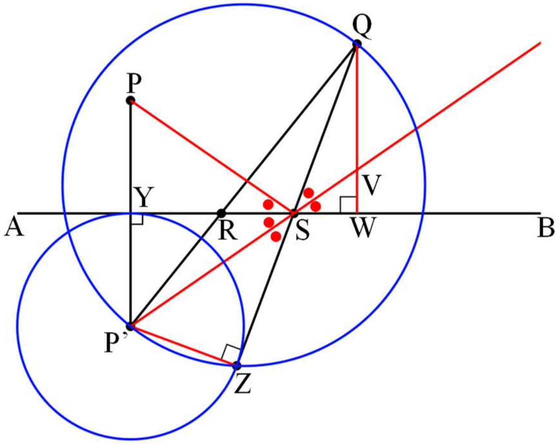
典型問題。
点Pを線分ABに関して線対称移動させた点をP'とし, P'QとABの交点がR。

・点Sの作図　**Point** 何で点Rを作図させたのか考える！



P'Qの垂直二等分線を引き, P'Qとの交点をXとする。PP'とABの交点をYとする。
中心がOで半径がOQの円と, 中心がP'で半径がP'Yの円の交点をZとする。QZとABの交点がS。

・Why?



∠ASP＝θ と置くと，∠ASP'＝ θ である。

AB 上に，∠QWS＝90° となる点 W をとる。直線 P'S と QW の交点を V とすると，∠ASP'＝∠BSV＝θ

よって，∠QSV も θ となれば，∠ASP＝θ，∠BS＝2θ となる。

∠QSV＝θ のとき，∠P'SZ＝θ なので，△P'SY≡△P'SZ となる点 Z をまず作図すればよい。

P'Y＝P'Z だから，中心が P'で半径が P'Y の円を書く。∠P'ZS＝90°，すなわち，直線 QZ はこの円の接線となるので，直径が P'Q の円を書く。この 2 つの円の交点が Z。後は，ZQ を結び，AB との交点を S とすれば良い。

【コメント】

実は類題に 2018 年度大分県：https://hokkaimath.jp/blog-entry-188.html があります。最後の問題なので時間なくて捨てた受験生多そうです。点 R の作図誘導が無かったら，文句なし★×8 でした。ただそんなに難しいと入試問題として機能しませんね。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/