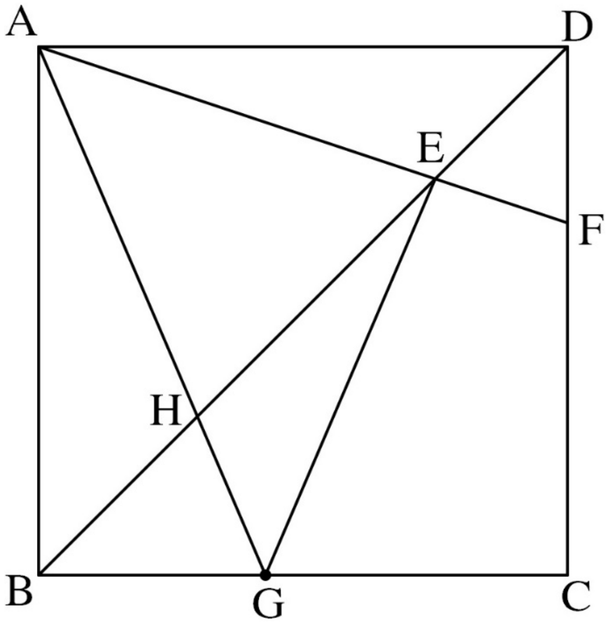
最短距離と補助線		
範囲：中 3 相似	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/2

出典：2017 年度　愛知県 B

図で，四角形 ABCD は正方形である。E は，線分 DB 上の点で，DE : EB ＝1 : 3 であり，F は直線 AE と辺 DC との交点である。また，G は辺 BC 上にあり，線分 AG と GE の長さの和が最小となる点で，H は線分 AG と EB との交点である。AB＝8 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　△ABE の面積は△DEF の面積の何倍か，求めなさい。

②　△AHE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

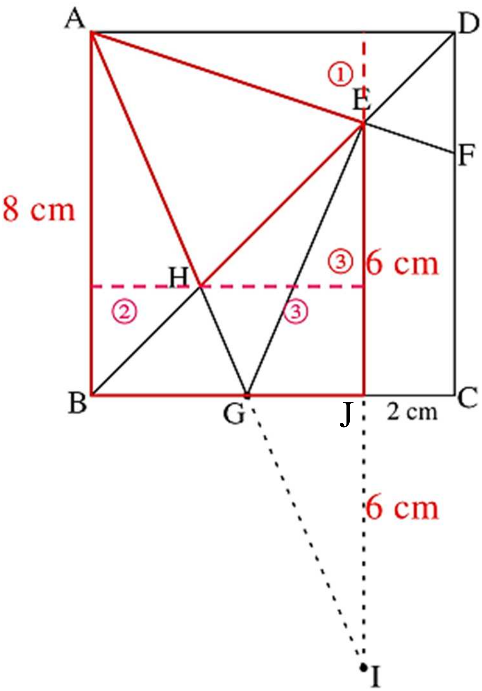
【解答解説】

①（**1** 点）

△ABE∽△FDE で，BE：DE＝3：1 より，面積比は，3^2：1＝9：1

よって，△ABE の面積は△DEF の面積の **9 倍**

②（**1** 点）



点 E を，BC に関して対称移動した点を I とする。AG＋GE が最も短いとき，3 点 A，G，I は一直線上にある。

また，EI と GC との交点を J とする。

△AHE

＝台形 ABJE－△BEJ－△ABH

台形 ABJE の面積

$$\frac{1}{2}\times(8+6)\times 6 = 42\ \mathrm{cm}^2$$

△BEJ の面積

$$\frac{1}{2}\times 6\times 6 = 18\ \mathrm{cm}^2$$

△ABH∽△IEH で，AB：IE＝2：3 だから，AB，IE を底辺としたときの高さも 2：3。よって，AB を底辺としたときの高さは，$\frac{6}{5}\times 2 = \frac{12}{5}$

$\triangle\ \mathrm{ABH} = \frac{1}{2}\times 8\times\frac{12}{5} = \frac{48}{5}$　　$\triangle\ \mathrm{AHE} = 42 - 18 - \frac{48}{5} = \boldsymbol{\frac{72}{5}\ \mathrm{cm}^2}$

【コメント】

「最短距離」お馴染みの補助線を引けば，難なく解ける問題です。

【作成】高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/