無駄な知識関数		
範囲：中 3 関数，図形	難易度：★★☆☆☆	得点　　/9

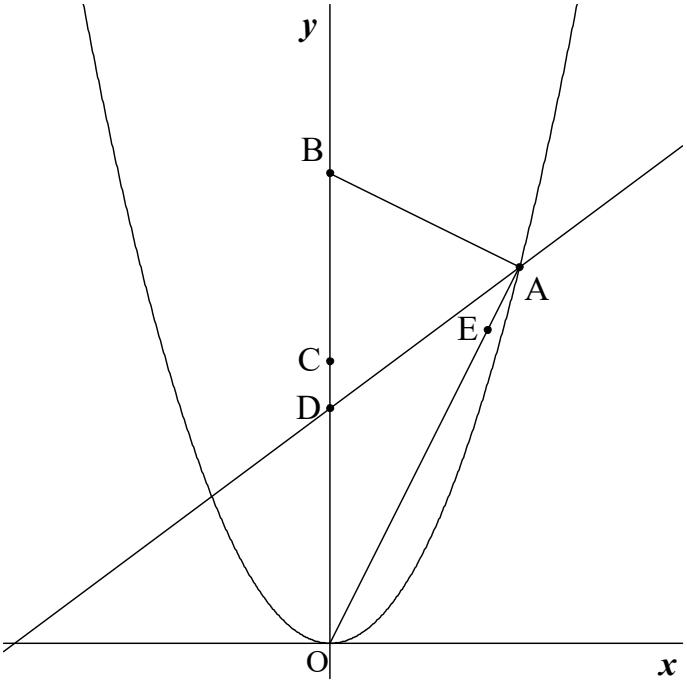
出典：2019 年度茨城県

下の図において，曲線アは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフである。曲線ア上の点で x 座標が 4 である点を A，y 軸上の点で y 座標が 10，6 である点をそれぞれ B，C とし，線分 OB の中点を D とする。また，線分 OA 上に点 E をとる。

このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。ただし，O は原点とする。

（1）2 点 A，D を通る直線の式を求めなさい。

（2）四角形 ABCE の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ であるとき，点 E の座標を求めなさい。



【解答例】

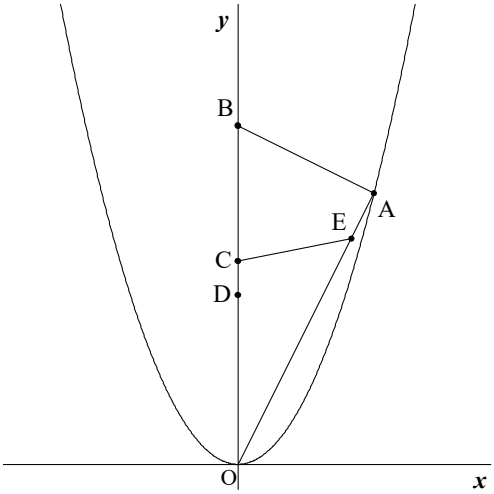
（1）（4 点）

点 A の座標は A（4, 8），点 D は OB の中点なので D（0, 5）

求める式は，$\boldsymbol{y=\frac{3}{4}x+5}$

（2）（5 点）

＜解答例 1＞



四角形 ABCE が△OAB の半分の面積となるとき, △OCE も△OAB の面積の半分となる。

△ OAB の面積は,

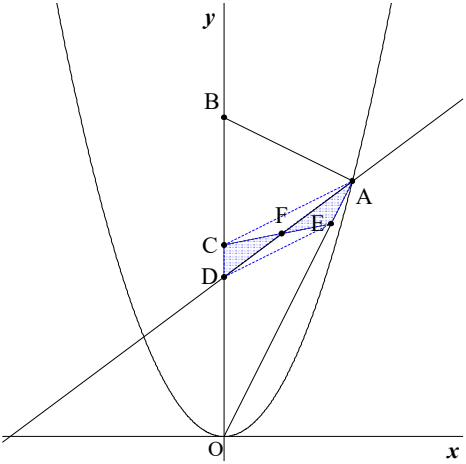
$\frac{1}{2}\times 10\times 4=20$

直線 OA は $y=2x$ なので, E$(t, 2t)$ とおく。

△ OCE の面積は，$\frac{1}{2}\times 6\times t=3t$

$3t=10 \quad t=\frac{10}{3}$　よって，$\boldsymbol{E\left(\frac{10}{3},\frac{20}{3}\right)}$

＜解答例 2＞



AD と CE との交点を F とする。点 D は OB の中点なので，△OAD は△OAB の半分の面積となる。四角形 ABCE が△OAB の半分の面積となるとき，△OCE も△OAB の面積の半分となるので，このとき，△CDF＝△AEF である。よって，DE//CA となる。

CA の傾き$\frac{1}{2}$なので，直線 DE は$y=\frac{1}{2}x+5$　直線 OA は$y=2x$

この 2 つの式を連立した方程式を解くと，

$x=\frac{10}{3}$　$y=\frac{20}{3}$　$\mathbf{D}\left(\frac{10}{3},\frac{20}{3}\right)$

【コメント】

茨城の想定した解答はどちらか分かりませんが，連立方程式を解かなくてよいので，恐らく等積変形とか思いつかず基本に忠実に解いた方が良い問題。こういう問題大抵透析変形使った方が楽ですが，珍しいですね。辺に知識あると損する問題です。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問

https://hokkaimath.jp/