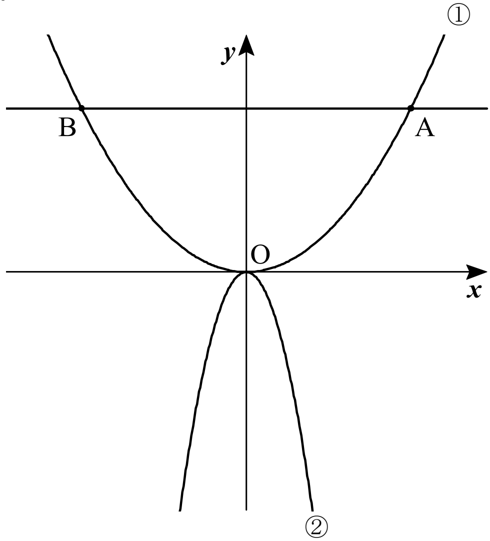
どこまで書こうか迷う関数		
範囲：関数	難易度：★×4	得点　　　　　/17

出典：2023 年度　北海道　大問 3

下の図のように，２つの関数 $y=ax^2$（a は正の定数）……①，$y=-3x^2$……②のグラフがあります。①のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を正の数とします。点 A を通り，x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



問 1　$a=2$ とします。点 A の y 座標が 8 のとき，点 A と点 B との距離を求めなさい。

問 2　①について x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が，
一次関数 $y=x+2$ について x の値が -1 から 2 まで増加するときの変化の割合に等しいとき，a の値を求めなさい。計算過程も書きなさい。

問 3　$a=\dfrac{1}{3}$ とします。点 A の x 座標を 3 とします。②のグラフ上に点 C を，x 座標が 1 となるようにとります。点 C を通り，x 軸に平行な直線と②のグラフとの交点を D とします。線分 AB，CD 上にそれぞれ点 P，Q をとり，点 P の x 座標を t とします。ただし，$0<t\leqq 1$ とします。

梨久さんは，コンピューターを使って直線 PQ を動かしたところ，直線 PQ が原点 O を通るとき，台形 ABDC の面積を 2 等分することに気づきました。直線 PQ が原点 O を通るとき，次の（1），（2）に答えなさい。

（1）点 Q の座標を，t を使って表しなさい。

（2）直線 PQ が台形 ABDC の面積を 2 等分することを説明しなさい。

【解答例】

問 1（4 点）

$y=2x^2$に，$y=8$ を代入し$x=\pm 2$，A$(2,8)$，B$(-2,8)$となるから，

AB＝**4**

問 2（5 点）

$y=ax^2$の変化の割合は，$\dfrac{9a-a}{3-1}=4a\cdots\cdots$①

$y=x+2$ の変化の割合は 1

$4a=1$ より，$\boldsymbol{a=\dfrac{1}{4}}$

＜部分点＞①が導かれていれば 3 点

※$y=x+2$ について，$\dfrac{4-1}{2+1}=1$ は書かなくてよかったみたい

これ記述式にする必要ある！？と突っ込みたくなりますが，北海道の塾ではよく関数が苦手な子に，

$y=cx^2$上の点，A$\left(a,ca^2\right)$，B$\left(b,cb^2\right)$の 2 点を通る直線の式の傾きは，

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{ca^2-cb^2}{a-b}=\frac{c\left(a^2-b^2\right)}{a-b}=\frac{c(a+b)(a-b)}{a-b}=c(a+b)$$

比例定数×（2 点の x 座標の和）で求めることが出来る！

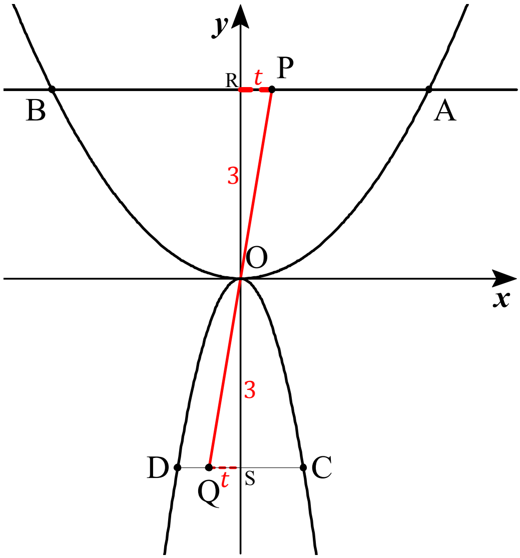
これを丸暗記させるので，それ対策でしょうね。知らんけど。

【コメント】

何なんでしょう，聞いていることは大したことないのに，出題の仕方で混乱させようとしている気がします。嫌だね！入試が広島県化している気がします。来年度以降は何でしょう，「必要な情報だけ抜き取る」練習でもしておけばいいのでしょうか。

広島の問題例：https://hokkaimath.jp/blog-entry-226.html

私も予想問題作成する際は，無駄に長い文意識してみようと思います。



問 3（1）（3 点）

AB と y 軸の交点を R，CD と y 軸の交点を S とする。

A（3, 3）C（1，－3）

△OPR≡△OQS となるから，

PR＝QS＝t となる。

よって点 Q の x 座標は－t となるから，**Q（－t，－3）**

問 3（2）（5 点）

Point 大人しく台形の面積出した方が速い

台形 PQCA の面積は，$\dfrac{1}{2}\times\{(3-t)+(t+1)\}\times 6=12\cdots\cdots$①

台形 ABDC の面積は，$\dfrac{1}{2}\times(6+2)\times 6=24$

台形 PQCA $=\dfrac{1}{2}$ 台形 ABDC となるから，直線 PQ は台形 ABDC の面積を 2 等分する

＜部分点＞①が導かれていれば 3 点

【別解？】台形 ABDC は y 軸に対して線対称なので，y 軸は台形 ABDC を二等分する。AB と y 軸の交点を R，CD と y 軸の交点を S とする。△OPR と△OQS において，OR＝OS＝3，対頂角は等しいから∠POR＝∠QOS，AB//CD より平行線の錯角は等しいから∠ORP＝∠OSQ，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから△OPR≡△OQS，よって△OPR＝△OQS となるから，台形 PQCA＝台形 ARSC となる。2 台形 PQCA＝台形 ABDC となるから，直線 PQ は台形 ABDC の面積を 2 等分する。