

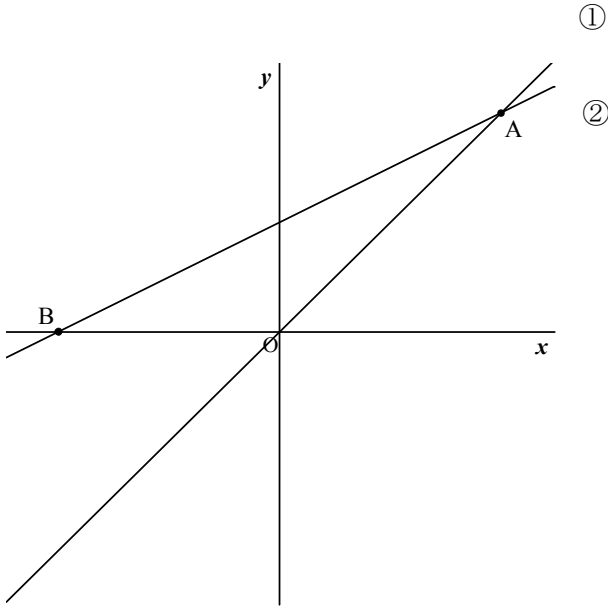
## 面積比と線分比

範囲：～2次方程式

難易度：★★★★☆

得点 \_\_\_\_\_ /10

下の図のように、関数  $y=ax$ …① ( $a>0$ ) のグラフと、 $y=\frac{1}{2}x+2$ …②のグラフがあります。①と②との交点を A、②と  $x$  軸との交点を B とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



問1 直線②において、 $y$  の増加量が 2 であるとき、 $x$  の増加量を求めなさい。

問2 ①上に、 $y$  座標が  $-6$  である点 C を取ると、線分 BC は、 $y$  軸と平行になりました。 $a$  の値を求めなさい。

問3  $a=1$  とします。①上に、 $x$  座標が  $t$  である点 P を取り ( $0 < t < 4$ )、②上に、 $x$  座標が点 P より 5 小さい点 Q を取ります。 $\triangle APQ = \frac{75}{16}$  となるとき、 $t$  の値を求めなさい。

面積比と線分比 解答例

範囲：～2次方程式

難易度：★★★★☆

問1 (3点)

変化の割合(傾き) =  $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$  なので、

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{x\text{の増加量}} \quad x\text{の増加量} = 4$$

問2 (3点)

点Cは、点Bとx座標が等しくなるから、

C(-4, -6) ①に代入して、

$$-6 = -4a \quad a = \frac{3}{2}$$

問3 (4点)

点Pのx座標をtと置くと、点Qのx座標はt-5【1点】とおける。(0 < t < 4)

$\triangle OAB = \frac{1}{2} * 4 * 4 = 8$ 【1点】なので、

$\triangle APQ$ は、 $\triangle OAB$ を $\frac{75}{16} \div 8 = \frac{75}{128}$ 倍したものとなる。

よって、線分OAにおいて、 $\frac{4-t}{4}$ 倍、線分ABにおいて、 $\frac{4-(t-5)}{8} = \frac{9-t}{8}$ 倍されているから、

$$\frac{75}{128} = \frac{(4-t)(9-t)}{32} \quad \text{【1点】}$$

$$75 = 4(t^2 - 13t + 36)$$

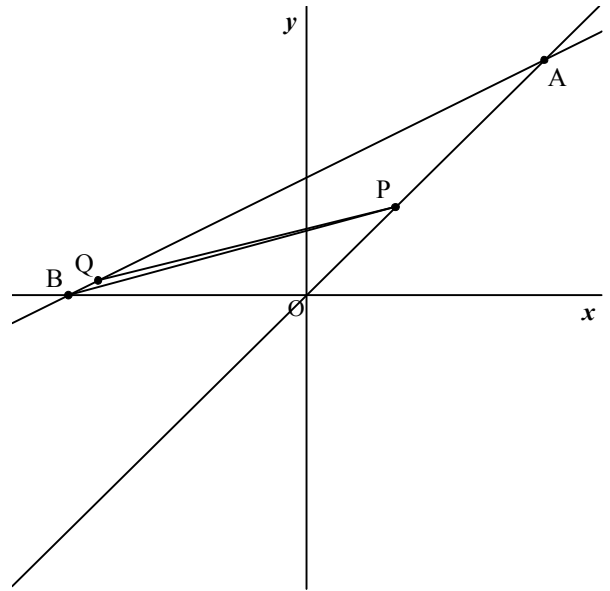
$$4t^2 - 52t + 69 = 0$$

$$t = \frac{(52 \pm \sqrt{2704 - 1104})}{8}$$

$$= \frac{52 \pm \sqrt{1600}}{8} = \frac{52 \pm 40}{8} = \frac{3}{2}, \frac{23}{2}$$

0 < t < 4 より、

$$t = \frac{3}{2} \quad \text{【1点】}$$



$$\triangle BOP : \triangle BAP = OP : AP$$

$$\triangle PAQ : \triangle PBQ = AQ : BQ$$

という、高さが共通であれば、面積比は底辺の比となることを利用する。

【コメント】

道コン事務局さんが「最近は何問3で方程式を解かせたがる。」と分析していたので、作りましたが、ええ、計算が大変なことになりました。これは数値作問ミスですね。でもまあいいや。