

## 折り曲げた相似 2

範囲：中 3 図形

難易度：★★★★☆

得点

/16

出典：2021 年度 愛媛県

$AB=10$  cm,  $AB < AD$  の長方形  $ABCD$  を, 下の図 1 のように, 折り目が点  $C$  を通り, 点  $B$  が辺  $AD$  上にくるように折り返す。点  $B$  が移った点を  $E$  とし, 折り目を線分  $CF$  とすると,  $AF=4$  cm であった。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle AEF \sim \triangle DCE$  であることを証明せよ。
- (2) 線分  $AE$  の長さを求めよ。
- (3) 下の図 2 のように, 折り返した部分をもどし, 線分  $CE$  と線分  $BD$  との交点を  $G$  とする。このとき, 四角形  $BGEF$  の面積を求めよ。

図 1

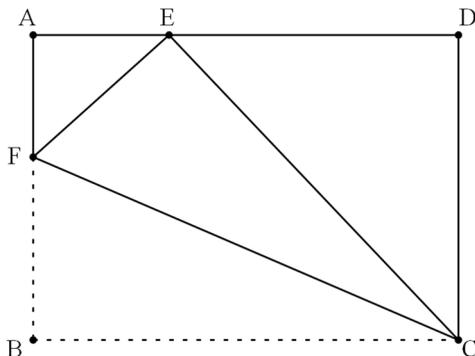
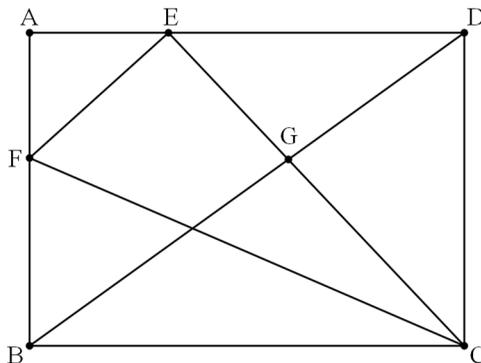


図 2





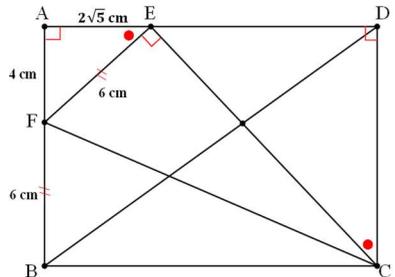
**【解答例】**

**(1) (6点)**

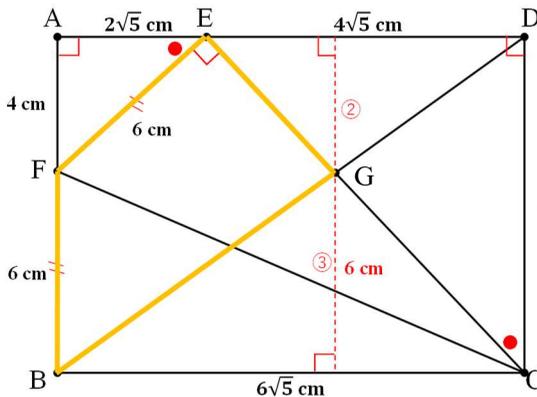
△AEF と△DCE において、  
 仮定より  
 (長方形は4つの内角が全て90° だから)  
 $\angle ABC = \angle EAF = \angle CDE = 90^\circ \dots \textcircled{1}$   
 折り曲げたので、  
 $\angle ABC = \angle FEC = 90^\circ$   
 $\angle AEF = (180^\circ - \angle FEC - \angle DEC) = 90^\circ - \angle DEC$   
 $\angle DCE = (180^\circ - \angle CDE - \angle DEC) = 90^\circ - \angle DEC$   
 よって、 $\angle AEF = \angle DCE \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle AEF \sim \triangle DCE$

**(2) (4点)**

折り曲げたので、 $BF = EF = 6 \text{ cm}$   
 $\triangle AEF$  で、三平方の定理より、  
 $AE = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$



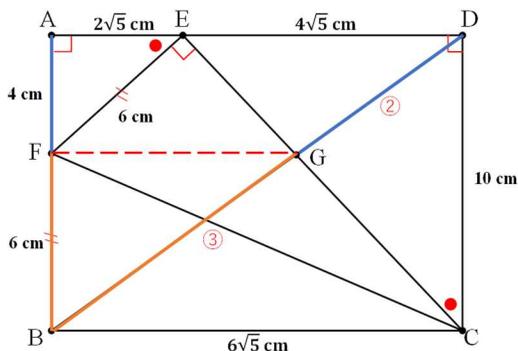
**(3) (6点) (解答例 1)**



$\triangle AEF \sim \triangle DCE$  より、  
 $AF : DE = 2\sqrt{5} : 10$   
 $DE = \frac{10}{2\sqrt{5}} \times 4 = 4\sqrt{5} \text{ cm}$   
 長方形  $ABCD = 60\sqrt{5} \text{ cm}^2$   
 $\triangle AEF = 4\sqrt{5} \text{ cm}^2$   
 $\triangle DCE = 20\sqrt{5} \text{ cm}^2$   
 $\triangle BGC = 18\sqrt{5} \text{ cm}^2$

よって、四角形  $BGEF = 60\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 20\sqrt{5} - 18\sqrt{5} = 18\sqrt{5} \text{ cm}^2$

## (解答例 2)



DE, BC の長さを求めるところまでは同じ。

$\triangle GDE \sim \triangle GBC$  で、

$GB : GD = 2 : 3$  となるから、  
 $\triangle BAD$  で、 $FG \parallel AD$  となる。

よって等積変形より、

$\triangle EFG = \triangle AFG$  となるから、  
四角形 BGEF =  $\triangle AGB$  となる。

$$\text{四角形 BGEF} = \triangle AGB = \frac{1}{2} \times 10 \times \left( \frac{3}{5} \times 6\sqrt{5} \right) = 18\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

### 【コメント】

まず「折り曲げたので角や辺が等しい」ということを知っているかどうか重要です。意外に成績上位者でも知らないかもしれない、簡単なことなのに（自学している人に多いかも）。

それさえ知っていれば、なんてことない問題です。ただ、このぐらいの難易度の問題が一番差がつきます。(2) は三平方の定理が出てこないかもしれないし、(3) は簡単だけど本番手が動かないかもしれません。解答を見ると楽勝ですが、本番の緊張下で思いつくのは結構勉強していないといけません。

(3) は他にもっと良い解法があるかも？→提供してくれたので追記しました！

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>