

無理ですね

範囲：色々

難易度：?????

得点

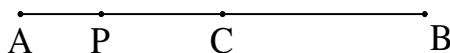
/10

出典：2021年度 広島県

次の (1) ~ (3) に答えなさい。

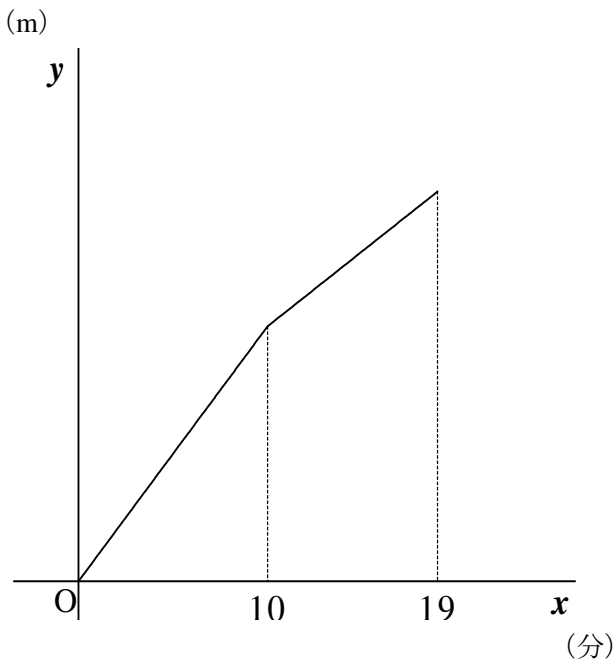
(1) $4 < \sqrt{a} < \frac{13}{3}$ にあてはまる整数 a の値を全て求めなさい。

- (2) 下の図のように、線分 AB 上に点 C があり、 $AC=CB=3$ cm です。線分 AC 上に点 P をとります。このとき、 AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は、 PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍に等しくなります。このことを、線分 AP の長さを x cm として、 x を使った式を用いて説明しなさい。ただし、点 P は点 A 、 C と重ならないものとします。



※ちなみに解答欄の大きさは、A5用紙×0.8ぐらいであった。

- (3) Aさんは駅を出発し、初めの10分間は平らな道を、そのあとの9分間は坂道を歩いて図書館に行きました。下の図は、Aさんが駅を出発してから x 分後の駅からの距離を y mとし、 x と y の関係をグラフに表したもので、 $10 \leq x \leq 19$ のときの y を x の式で表すと $y=400x+280$ です。Bさんは、Aさんが駅を出発した8分後に自転車で駅を出発し、Aさんと同じ道を通って、平らな道、坂道ともに分速160 mで図書館に行きました。Bさんはその途中でAさんに追いつきました。BさんがAさんに追いついたのは、駅から何 mのところですか。



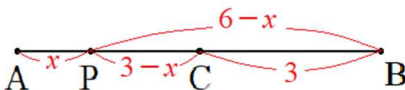
【解答例】

(1) (3点)

$$4 < \sqrt{a} < \frac{13}{3} \quad 2 \text{ 乗して, } 16 < a < \frac{169}{9} (\approx 18.8) \quad \text{より,}$$

この不等式を満たす a は, $a=17, 18$

(2) (4点)



〇〇を一辺とする正方形の面積
 $= \square{\square}$ と表す。

上図より, $\square{AP} = x^2$, $\square{PB} = (6-x)^2$, $\square{PC} = (3-x)^2$, $\square{CB} = 9$

$$\square{AP} + \square{PB} = x^2 + (36 - 12x + x^2) = 2x^2 - 12x + 36$$

$$2(\square{PC} + \square{CB}) = 2((9 - 6x + x^2) + 9) = 2(x^2 - 6x + 18) = 2x^2 - 12x + 36$$

よって, $\square{AP} + \square{PB} = 2(\square{PC} + \square{CB})$

※無駄にクソ長い広島模範解答(ゴミ)

AP を 1 辺とする正方形の面積は, $x^2 \text{ cm}^2 \dots \textcircled{1}$

PB を 1 辺とする正方形の面積は, $(6-x)^2 = x^2 - 12x + 36 \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{2}$

①, ②より, AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は, $x^2 + x^2 - 12x + 36 = 2x^2 - 12x + 36 \dots \textcircled{3}$

PC を 1 辺とする正方形の面積は, $(3-x)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{4}$

CB を 1 辺とする正方形の面積は, $9 \text{ cm}^2 \dots \textcircled{5}$

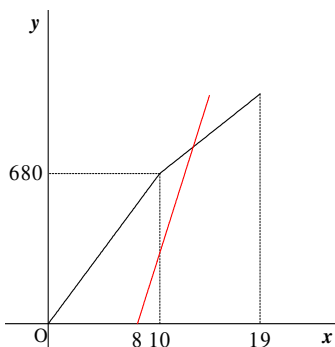
④, ⑤より, PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍は,

$$(x^2 - 6x + 9 + 9) \times 2 = 2x^2 - 12x + 36 \dots \textcircled{6}$$

③, ⑥より, AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は, PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍に等しくなる。

中線定理を学ぶきっかけにはなるので, 高校への数学としては良いかも?

(3) (3点)



Aさんは10分で680m地点にいるので、
Bさんの $y = 160(x - 8)$ と、 $y = 40x + 280$ の直線の式が交わる。

この2つを連立した方程式を解いて、

$$x = 13, y = 800 \quad \mathbf{800\text{ m}}$$

(※) Bさんは8分遅れてスタート→ $y = 160x$ をx軸方向に+8ずらせばよい。詳しくは、

<https://hokkaimath.jp/blog-entry-222.html>の問題。

【コメント】

(1) (3) は普通の問題ですが、(2) が悪を通り越してゴミ問題です。

解答速報 <https://youtu.be/b2ZF-1y7zhg> にて、解説者が「無理ですね」とおっしゃっていますが、私の模範解答通り問題自体は何も難しくありません。広島の模範解答が長すぎ、「 ~ 1 辺とする正方形の面積」の**写経大会**です。写経しなくても「(数学要素0の) いかに工夫して文字数を少なくするか」の能力が問われる問題」です。この問題、①AP、PCなどの長さをxの式で表すことができるか、② $(6-x)^2$ などを正しく計算できるか、そして、**(※) ③中線定理を学ぶきっかけ、高校への架け橋**、それが主なはずなのに、問題の出し方がゴミです。穴埋めで十分。説明問題出したいなら、もう少し難易度上げた問題出そうよ。本当、ただの写経大会。広島県の問題文が全体的に(無駄に)長め、とにかく書かせたい問題が多め(全国的に見ても広島はとにかく書かせる)なんですね。国語社会英語で長く書かせるのは良いけど、数学のこの問題でこんなに書かせる必要なし。何を問いているのだ。

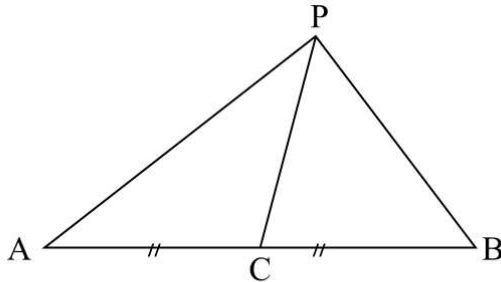
後せめて、広島の模範解答の**水色の部分**は、解答欄に書いてあげましょうよ。

○○を一边とする正方形の面積= $\square\square$ と表現、 $\square AP = x^2$ 以下続けなさい でも良いのでは。

(2)、Youtubeのコメントでは「捨て問」というコメントが目立ちますが、何度も言います、問題自体はとても¹⁰⁰⁰⁰簡単です。模範解答の記述量がおかしいだけなので、工夫して短く書けば大半の人間は配点に適切な時間内に解ける。

【追記】

出題者の意図は，“中線定理”への架け橋である。



中線定理

$$PA^2 + PB^2 = 2(PC^2 + CB^2)$$

広島の問題では、点 P を辺 AB 上に限定したことで、中学生でも証明できるようにした問題である。

<高校生の証明>

$\angle ACP = \theta$ とし、 $\triangle PAC$ 、 $\triangle PBC$ で余弦定理を適用すると、

$$PA^2 = PC^2 + AC^2 - 2PC \cdot AC \cos \theta \dots ①$$

$$PB^2 = PC^2 + BC^2 - 2PC \cdot BC \cos(\pi - \theta)$$

ここで、 $BC=AC$ 、 $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ なので、

$$PB^2 = PC^2 + AC^2 + 2PC \cdot AC \cos \theta \dots ②$$

①+②より、

$$PA^2 + PB^2 = 2(PC^2 + AC^2)$$

となる。

恐らく、学校や塾で指導するときに「中線定理が背景なんだ、高校でこういうものを習うから楽しみにしていてね」そんなものを狙ったのだと思われる。

とはいえ、やたら書かせる出題方法は気に食わない！

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>