中途半端に教育的な１次関数		
範囲：1 次関数	難易度：★★★☆☆	得点　　　/23

出典：2021 年度　宮城県

数学の授業で，先生が，スクリーンにコンピュータの画面を投影しながら説明しています。$\boxed{}$は先生の説明です。 次の１，２の問いに答えなさい。

１　先生が，スクリーンに画面を投影し，説明しています。

> 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフのようすを考えてみましょう。 はじめに，a の値を 1，b の値を 0 としたグラフと，グラフ上の点（5, 5）を表示します。このあと，<u>b の値は変えず，a の値を 1 より大きくしたグラフ</u>を表示し，グラフの形を比べてみましょう。

図 I は，先生が，はじめに表示した画面です。この説明のあとに表示される下線部のグラフとして，最も適切なものを，次のア～エから 1 つ選び，記号で答えなさい。

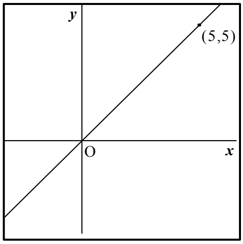
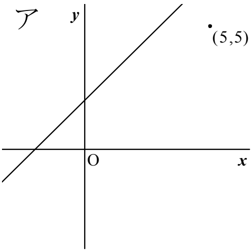
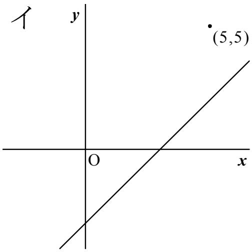
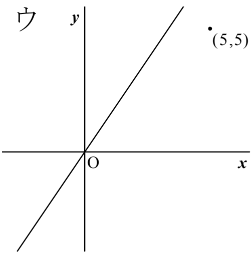
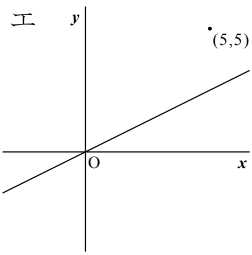


図 I

ア


イ


ウ


エ


2 先生が，スクリーンにいくつかの画面を順に投影し，説明します。あとの（1）～（4）の問いに答えなさい。

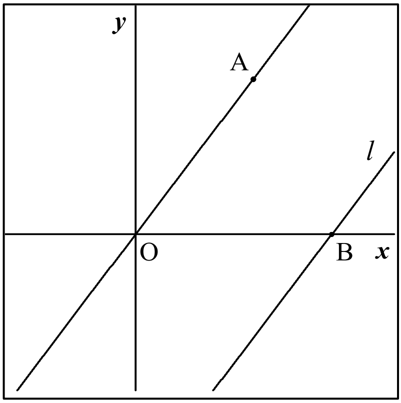
図 II

こんどは，直線や点をいくつか表示します。

点（3, 4），点（5, 0）をそれぞれ A，B とし，点 A，B，直線 OA を表示します。さらに，点 B を通り，直線 OA に平行な直線 l を表示します。

図 II は，点 A，B，直線 OA，l を表示した画面です。

図 II



（1）2 点 O, A の間の距離を求めなさい。

（2）直線 l の式を答えなさい。

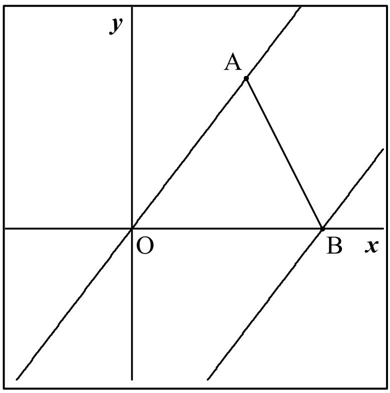
（3）先生が，画面を変えて、続けて説明しています。

次は，グラフや座標を利用して，図形について考えてみましょう。

まず，先ほどの画面に，線分 AB を表示します。次に，直線 l 上に，△ABC : △ABO = 1 : 2 となるように点 C をとってみましょう。ただし，点 C の y 座標は正とします。

図 III は，図 II の画面に，線分 AB を表示した画面です。このとき，点 C の座標を求めなさい。

図 III



＜計算スペース＞

（4）先生が，画面を変えて，続けて説明しています。

> こんどは，線分の長さの和について考えてみましょう。
> まず，点 A（3, 4），点 B（5, 0）を表示します。次に，y 軸上に，AP＋PB が最小となるような点 P をとってみましょう。

図 IV は，点 P を適当に定め，点 A，B，P，線分 AP，PB を表示した画面です。AP + PB が最小となるときの点 P の y 座標を求めなさい。なお，図 V を利用してもかまいません。

図 IV

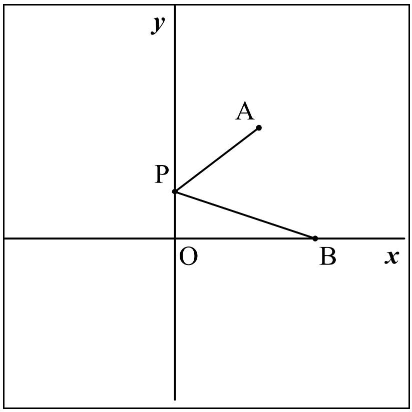
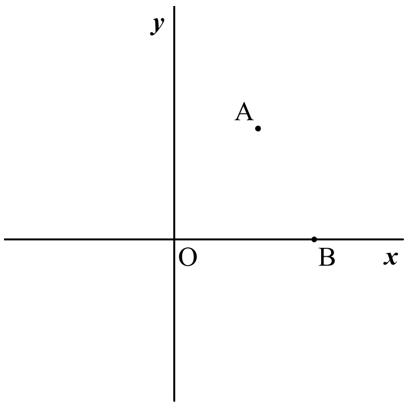


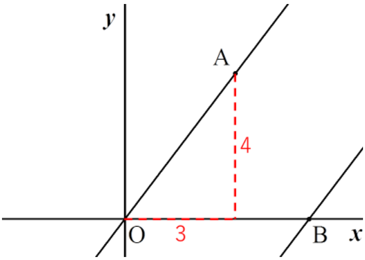
図 V



【略解】

１（**3** 点）ウ

２



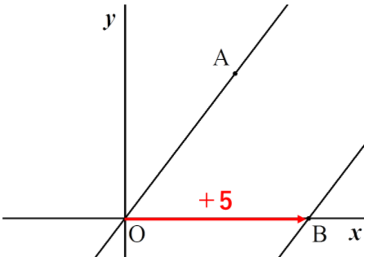
（1）（4 点）

三平方の定理より，

OA＝$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$

（2）（4 点）

直線 OA と直線 l は平行なので，傾きは等しい。よって，l の傾きは，$\dfrac{4}{3}$



直線 l は直線 OA を x 軸正に 5 動かしたもの（点 B を原点としたもの）と考えることが出来る。したがって，求める直線の式は，

$y=\dfrac{4}{3}(x-5)$　すなわち，$\boldsymbol{y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{20}{3}}$

Point

関数$y=f(x)$を，x 軸と平行に $\boldsymbol{p}$，y 軸と平行に $\boldsymbol{q}$ 移動したものは，

$\boldsymbol{y-q=f(x-p)}$と表せる。

例

y＝2x＋4 を，x 軸と平行に－3，y 軸と平行に 4 移動したものは，

$y-4=2(x+3)+4$ すなわち，$y=2x+14$

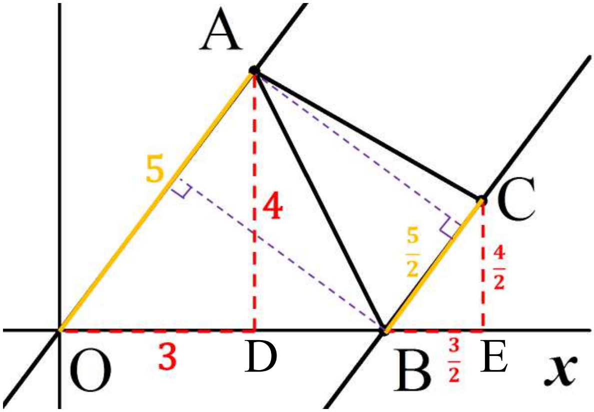
$y=x^2+4x+7$を，x 軸と平行に－3，y 軸と平行に 4 移動したものは，

$x^2+4x+7=(x+2)^2+3$だから，$y-4=(x+2+3)^2+3$，$y=(x+5)^2+7$

※2 次関数において平方完成は，x を一まとめにするために行う

※詳しい解説などは別紙

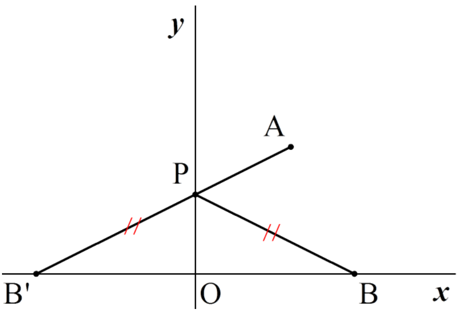
（3）（6 点）



OA//BC より，△ABO で OA を底辺，△ABC で BC を底辺としたときの高さ（紫点線）は等しい。よって，△ABC：△ABO ＝ 1：2 となるには，BC が OA の半分の長さとなればよい。上の図で，△OAD∽△BCE だから，

C$\left(5+\frac{3}{2}, 0+\frac{4}{2}\right)$ すなわち，**C$\left(\frac{13}{2}, 2\right)$**

（4）（6 点）



B を y 軸を対称の軸とし対称移動させた点を B’（－5, 0）とする。AP＋BP が最も短くなるとき, 3 点 A, P, B’が一直線にこればよい。

直線 B’A の式は傾き$\frac{4}{8}$＝$\frac{1}{2}$　で，B’を通る（y＝$\frac{1}{2}x$ を x 軸負に 5 動かした）

から，$y=\frac{1}{2}(x+5)$ すなわち，$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$　P のy座標は$\mathbf{\frac{5}{2}}$

【コメント】 2 においては「グラフをコンピューターに表示」が全く意味をなしていない問題たちです。中途半端に教育的。詳しくは別紙。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/