

中途半端に教育的な 1 次関数

範囲：1 次関数

難易度：★★★☆☆

得点

/23

出典：2021 年度 宮城県

数学の授業で、先生が、スクリーンにコンピュータの画面を投影しながら説明しています。 は先生の説明です。次の 1, 2 の間に答えなさい。

1 先生が、スクリーンに画面を投影し、説明しています。

1 次関数 $y=ax+b$ のグラフのようすを考えてみましょう。はじめに、 a の値を 1, b の値を 0 としたグラフと、グラフ上の点 $(5, 5)$ を表示します。このあと、 b の値は変えず、 a の値を 1 より大きくしたグラフを表示し、グラフの形を比べてみましょう。

図 I は、先生が、はじめに表示した画面です。この説明のあとに表示される下線部のグラフとして、最も適切なものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

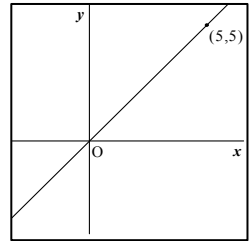
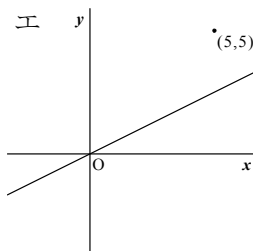
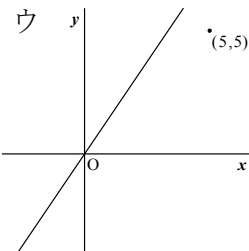
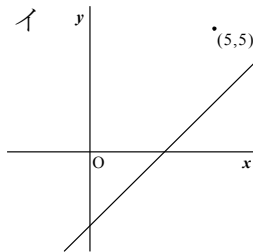
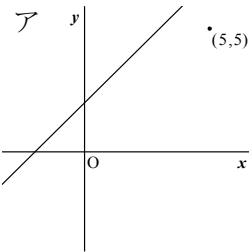


図 I



2 先生が、スクリーンにいくつかの画面を順に投影し、説明します。あとの (1) ~ (4) の問いに答えなさい。

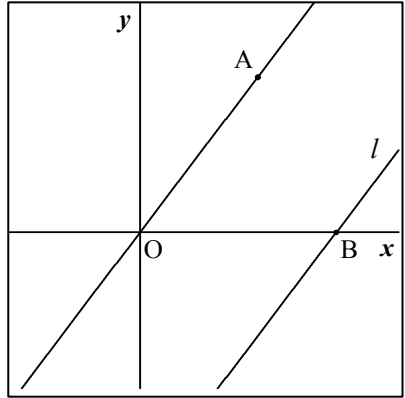
図 II

こんどは、直線や点をいくつか表示します。

点 (3, 4)、点 (5, 0) をそれぞれ A, B とし、点 A, B, 直線 OA を表示します。さらに、点 B を通り、直線 OA に平行な直線 l を表示します。

図 II は、点 A, B, 直線 OA, l を表示した画面です。

図 II



- (1) 2点 O, A の間の距離を求めなさい。
- (2) 直線 l の式を答えなさい。

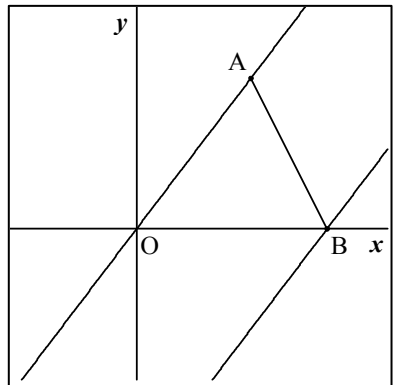
(3) 先生が、画面を変えて、続けて説明しています。

次は、グラフや座標を利用して、図形について考えてみましょう。

まず、先ほどの画面に、線分 AB を表示します。次に、直線 l 上に、 $\triangle ABC : \triangle ABO = 1 : 2$ となるように点 C をとってみましょう。ただし、点 C の y 座標は正とします。

図 III は、図 II の画面に、線分 AB を表示した画面です。このとき、点 C の座標を求めなさい。

図 III



<計算スペース>

(4) 先生が、画面を変えて、続けて説明しています。

こんどは、線分の長さの和について考えてみましょう。

まず、点 A (3, 4)、点 B (5, 0) を表示します。次に、 y 軸上に、 $AP + PB$ が最小となるような点 P をとってみましょう。

図 IV は、点 P を適当に定め、点 A, B, P, 線分 AP, PB を表示した画面です。 $AP + PB$ が最小となるときの点 P の y 座標を求めなさい。なお、図 V を利用してもかまいません。

図 IV

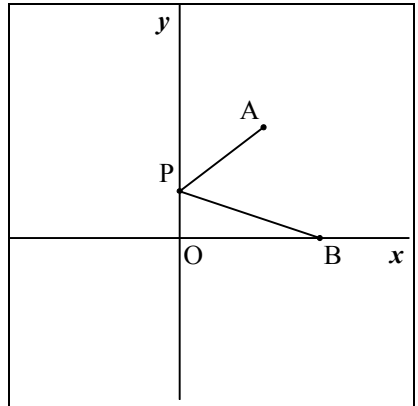
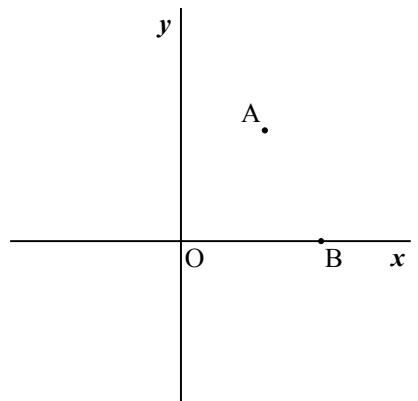


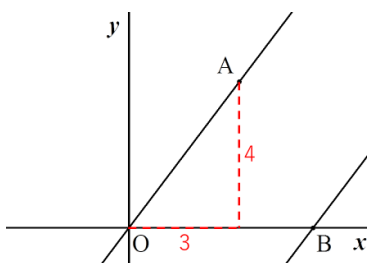
図 V



【略解】

1 (3点) ウ

2



(1) (4点)

三平方の定理より,

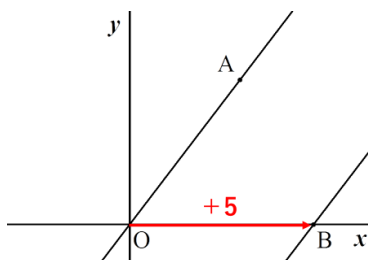
$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

(2) (4点)

直線 OA と直線 l は平行なので、傾きは等しい。よって、 l の傾きは、 $\frac{4}{3}$ 直線 l は直線 OA を x 軸正に 5 動かしたもの

(点 B を原点としたもの) と考えることが出来る。したがって、求める直線の式は、

$$y = \frac{4}{3}(x - 5) \quad \text{すなわち、} \quad y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3}$$

**Point**

関数 $y = f(x)$ を、 x 軸方向に p 、 y 軸方向に q 平行移動したものは、
 $y - q = f(x - p)$ と表せる。

例

$y = 2x + 4$ を、 x 軸方向に -3 、 y 軸方向に 4 平行移動したものは、

$$y - 4 = 2(x + 3) + 4 \quad \text{すなわち、} \quad y = 2x + 14$$

$y = x^2 + 4x + 7$ を、 x 軸方向に -3 、 y 軸方向に 4 平行移動したものは、

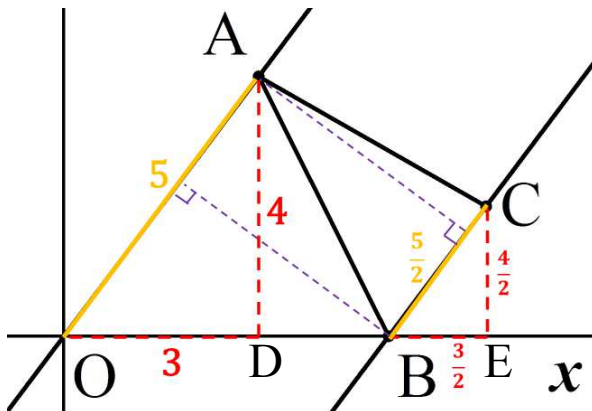
$$x^2 + 4x + 7 = (x + 2)^2 + 3 \quad \text{だから、} \quad y - 4 = (x + 2 + 3)^2 + 3, \quad y = (x + 5)^2 + 7$$

※2次関数において平方完成は、 x を一まとめにするために行う

$$\text{※} y - 4 = (x + 3)^2 + 4(x + 3) + 7 \quad y = x^2 + 10x + 32 \quad \text{でもできる。}$$

※詳しい解説などは別紙

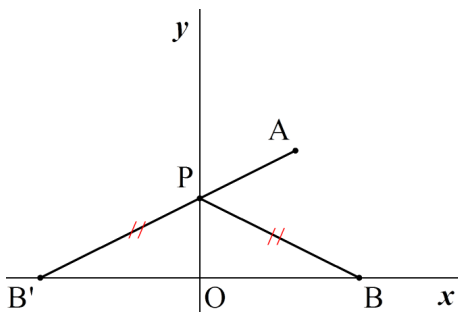
(3) (6点)



OA/BC より、 $\triangle ABO$ で OA を底辺、 $\triangle ABC$ で BC を底辺としたときの高さ（紫点線）は等しい。よって、 $\triangle ABC : \triangle ABO = 1 : 2$ となるには、BC が OA の半分の長さとなればよい。上の図で、 $\triangle OAD \sim \triangle BCE$ だから、

$C\left(5 + \frac{3}{2}, 0 + \frac{4}{2}\right)$ すなわち、 $C\left(\frac{13}{2}, 2\right)$

(4) (6点)



B を y 軸を対称の軸とし対称移動させた点を $B' (-5, 0)$ とする。AP + BP が最も短くなる時、3 点 A, P, B' が一直線になればよい。

直線 $B'A$ の式は傾き $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ で、 B' を

通る ($y = \frac{1}{2}x$ を x 軸負に 5 動かした)

から、 $y = \frac{1}{2}(x + 5)$ すなわち、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ P の y 座標は $\frac{5}{2}$

【コメント】 2 においては「グラフをコンピューターに表示」が全く意味をなしていない問題たちです。中途半端に教育的。詳しくは別紙。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>