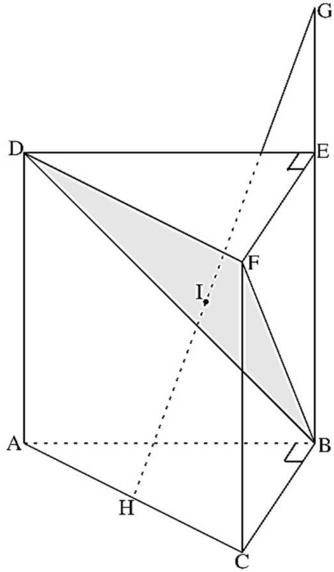
立体における交点

範囲：中 3 図形	難易度：★★★★☆	得点　　　/6

出典：1980 年度　私立武蔵高校（高校入試）

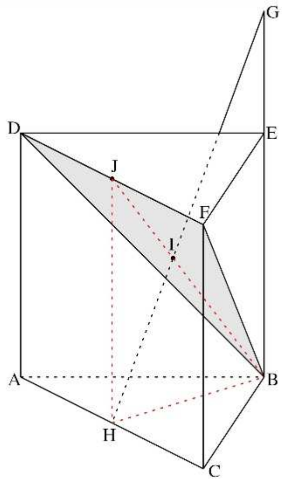
右図のように，三角柱 ABC-DEF があり，∠ABC＝∠DEF＝90°，AB＝BE＝2，BC＝1 です。直線 BE の延長上に，EG＝1 となる点 G をとります。線分 AC の中点を H とし，線分 GH と平面 BDF との交点を I とします。

このとき，線分 GI の長さを求めなさい。計算過程も書きなさい。

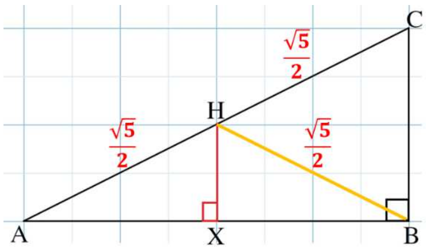


【解答例】

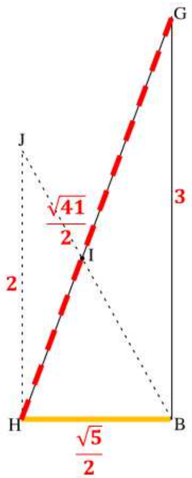
DF の中点を J としたとき，点 B，G，H，I，J は同一平面上にある。線分 JB と線分 GH との交点が I となる。



△ABC において，AC= $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$



点 H から辺 AB に垂線を下ろし交点を X とすると，△HAX≡△HBX なので，$HB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　すると，$HG=\sqrt{\dfrac{5}{4}+9}=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$



△BGI∽△JHI で，相似比が 3 : 2 であるから，

$$GI=\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{41}}{2}=\boxed{\mathbf{\frac{3\sqrt{41}}{10}}}$$

【コメント】

交点 I を，平面上での交点で考えることが出来たら，余裕な問題です。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/