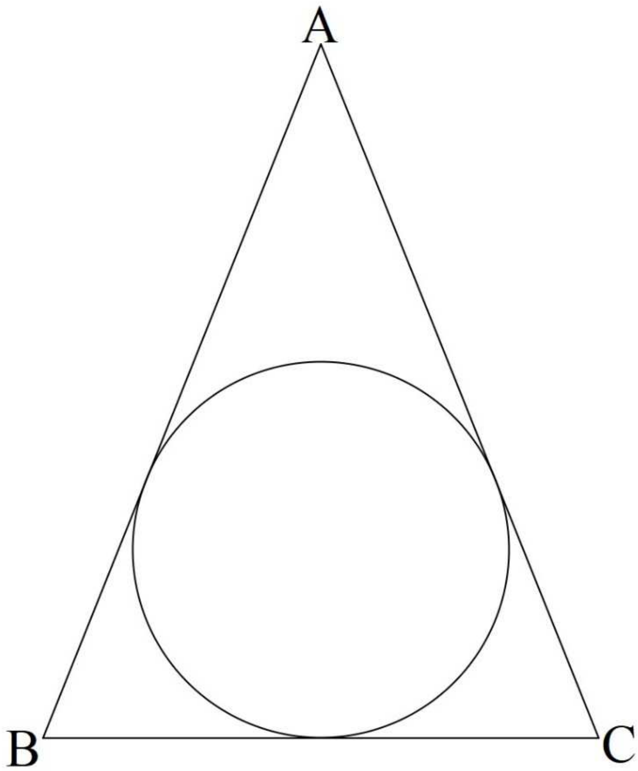
内接円と三角形	
範囲：中 3 図形	難易度：★★★☆☆

得点　　　/3

下の図で，AB＝AC＝6，BC＝4 とするとき，△ABC の内接円 O の半径を求めよ。解答例を 3 つ考えよ。



内接円と三角形　解答例	
範囲：中 3 図形	難易度：★★★☆☆

【コメント】

「高校入試　数学　良問」と検索すると，私の PC では，Google で私のサイトが TOP に来るようになりました！嬉しい！

もともと TOP にあったサイトから引用してきた問題です。

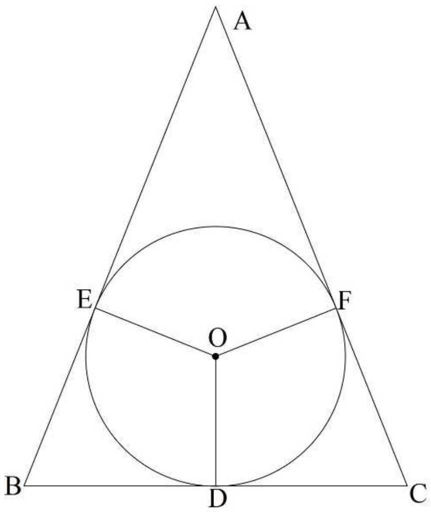
https://ameblo.jp/1day-katekyo/entry-11609513821.html

解答例が書かれていませんでした。何と「解答例を 3 つ考えてみましょう」という問題です。

私の少ない脳みそでひねり出してみました。

【常識】

「接する」ときたら，接線と半径を結ぶと 90°に交わることは暗記です。出来れば，合同な三角形がたくさんできることも覚えておこう。



図のように，円と三角形の接点を D，E，F とする。

$OD = OE = OF = r$とする。

※AD は頂角の二等分線となる

【解答例 1　たぶん一般的】

$AD = \sqrt{36-4} = 4\sqrt{2}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

△ABC＝△OAB＋△OBC＋△OCA

$= \frac{1}{2}(6+4+6)r = 8\sqrt{2}$　$r = \boldsymbol{\sqrt{2}}$

【解答例 2】

△OBD≡△OBE より，BD＝BE＝2

すると AE＝4 となり，$OA = \sqrt{16+r^2}$

$AD = 4\sqrt{2}$だから，

$4\sqrt{2} = \sqrt{16+r^2} + r$

$4\sqrt{2} - r = \sqrt{16+r^2}$　両辺を 2 乗して

$32 - 8\sqrt{2}r + r^2 = 16 + r^2$

$r = \boldsymbol{\sqrt{2}}$

【解答例 3】

EF//BC，AE：AB＝2：3 より，

$EF = \frac{8}{3}$

AO と EF との交点を G とすると，

四角形 AEOF

＝△AEF＋△OEF

＝2△AEO

△AEF＋△OEF

$= \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times AG + \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times OG = \frac{4}{3}(AG+OG) = \frac{4}{3}\sqrt{16+r^2}$

2△AEO＝4r

$\frac{4}{3}\sqrt{16+r^2} = 4r$　$16 + r^2 = 9r^2$　$r > 0$ より$\boldsymbol{r = \sqrt{2}}$

【コメント】

まあ一般的なのは【解答例 1】でしょうね。とりあえず 1 は覚えておきましょう。

【作成】高校入試　数学　良問・難問

https://hokkaimath.jp/