

### 難しい作図

範囲：中 1, 3 作図

難易度：★★★★★+

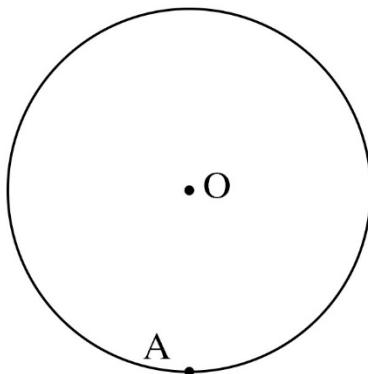
得点

/2

出典：2018 年度 大分県

下の図のように、円  $O$  の周上に点  $A$  があり、円  $O$  の外部に点  $B$  がある。点  $A$  を接点とする円  $O$  の接線上にあり、 $\angle OPA = \angle OPB$  となる点  $P$  を、作図によって 1 つ求めなさい。ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないこと。

B.



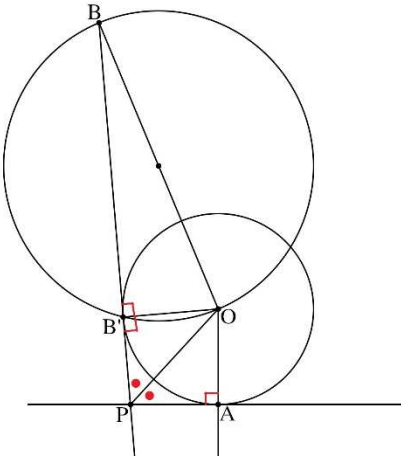


**【解答解説】**

接線の作図 (1点, 正答率 26.0%) 点 P の作図 (1点, 正答率 1.5%)

**Point** 作図は完成予想図を描く！

(特に大分県は) 完成予想図を描いて, その図からどんな性質があるか読み取ってから作図すると良い問題が多い(今回は予想がかなり難しいが)。

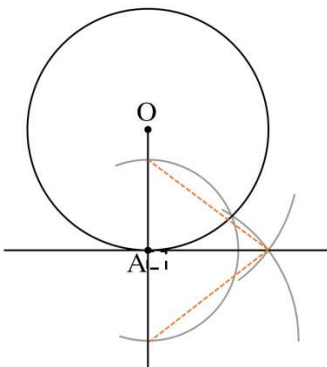


まず,  $\angle OPA$  がどんな角か考えると, PA が接線, OP は半径だから, よく作図や証明で見る三角形となる。

すると, OP に関して  $\triangle OPA$  を線対称移動させた図形  $\triangle OPB'$  と  $\triangle OPA$  は合同となり,  $\angle OPA = \angle OPB'$  となる。

したがって,  $PB'$  を延長した直線上に, 点 B があれば,  $\angle OPB' = \angle OPB$  となり,  $\angle OPA = \angle OPB$  となる！

**Point** 作図① 円の接線



直線 OA 上で,

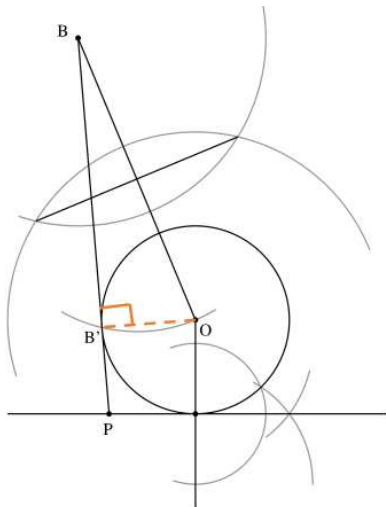
点 A を中心とする円を描き

円と直線 OA との 2 つの交点から, 同じ半径の円を 2 つかき, その交点と A を結ぶ

※二等辺三角形の頂角の二等分線は, 底辺を垂直に二等分する という性質を用いている。ぶっちゃけ, 作図は中 1 じゃなくて中 2 の証明履修後に学ばせた方が良くと思う。

接線が作図出来て中間点 1 点。

## Point 作図② 直径に関する円周角



円  $O$  の円周上に、 $\angle OB'P = \angle OB'B = 90^\circ$  となる点  $B'$  を作図する。  $OB$  を直径とする円を描き、円  $O$  との交点を  $B'$  とすれば、（直径に対する円周角だから）

$\angle OB'B = 90^\circ$  となる。

$OB$  の垂直二等分線を引き、円を描いて、 $B'$  を作図すればよい。

後は、 $BB'$  を延長して、接線との交点を  $P$  とすれば完成！

### 【コメント】

問題自体は、難問とはいえ面白い問題です。ただ「県統一の公立高校入試」の「大問1」で出してよい問題かと言われると微妙です。クレイジー。独自校、難関私立もドン引き。

### 【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>