

影と空間図形

範囲：中3 空間図形

難易度：★★★★★

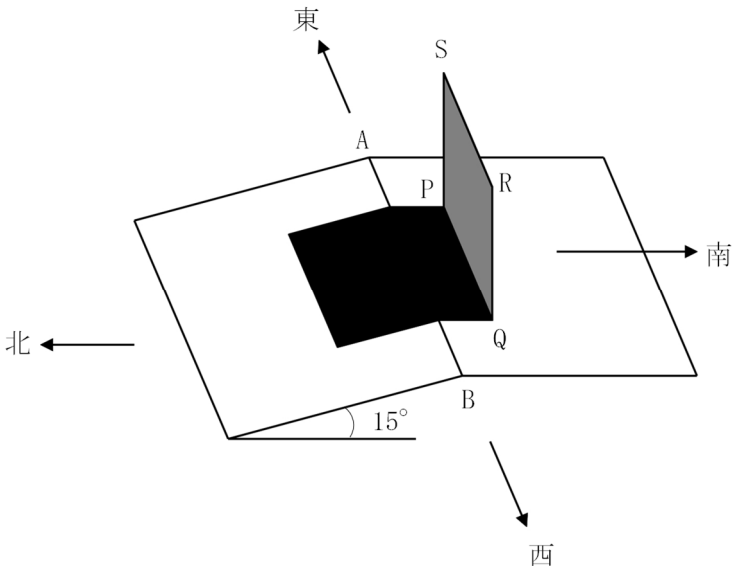
得点

/6

出典：2020 年度 札幌日本大学高校

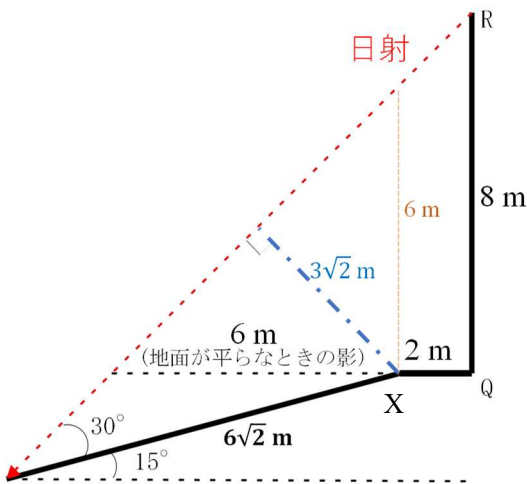
下の図のよう直線 AB より南側の地面は水平で、北側の地面は水平方向に対し、角が 15° の坂になっている。東西方向の直線 AB と平行な長方形の壁 $PQRS$ が、水平方向に対して垂直に立っている。 PS を 8 m 、 PQ を 10 m とし、壁の厚さは考えないものとする。 PQ は AB よりも 2 m だけ南側の位置にある。ある晴れた日、ちょうど南にある太陽から、南向きの水平方向に対し 45° で平行な光があたるとき、地面には、下図のように影の形ができています。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) 地面にできている影の部分の面積を求めなさい。
- (2) 影になっている地面のうち、身長 150 cm の人の全身の影が、影の中に収まるような場所は全部で何 m^2 か答えなさい。ただし、人は水平方向に対して垂直に立ち、人の太さは考えないものとする。



【解答例】

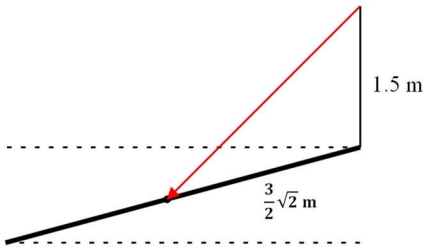
(1) (3点)



図より、地面が平らなときの南北方向の影の長さに比べて、 15° の坂があることによって、南北方向の影の長さが長くなる。その長さは、点 X から日射線に垂線を下すと、その長さは (直角二等辺三角形より) $3\sqrt{2}\text{ m}$ なので、(30° 直角三角形より) $6\sqrt{2}\text{ m}$ となる。

したがって、求める面積は、 $2 \times 10 + 6\sqrt{2} \times 10 = (20 + 60\sqrt{2})\text{ m}^2$

(2) (3点)



坂で、 1.5 m の人間にできる影の長さは、(1) のオレンジ 6 m と相似なので) $\frac{3}{2}\sqrt{2}\text{ m}$ となる。

したがって求める面積は、

$$6\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{9}{2}\sqrt{2}\text{ m より、}$$

$$2 \times 10 + \frac{9}{2}\sqrt{2} \times 10 = (20 + 45\sqrt{2})\text{ m}^2$$

【コメント】

中学入試でよく見る光源と影の問題です。(2) 元の問題文「身長 150 cm の人の全身が」だったのですが、正しくは「身長 150 cm の人の全身の影が」な気がします。指摘や訂正されていたのだろうか.....?それとも私が勘違い&ミス?何かあったらテレパシー or メールフォームでコメントください。答え自体は解答例で合っています。

タイトルは「影と空間図形」ですが、 45° と 60° などの平面図形の問題です。普通にやると「 15° 」が出てくるので、高校生は三角関数でゴリゴリも良いでしょうが、中学生は上手く補助線引いてください。影を平面図形に直し、平面図形問題として解く。結構難しいね。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>