

様々な整数問題と確率

範囲：整数と確率

難易度：★★★☆☆

得点

/12

出典：2020年度 札幌日本大学高校

問1 大小2つのさいころを投げ、大きいさいころと小さいさいころの出た目の数を、それぞれ a と b とし、 $a+b$ が偶数のときは $c=0$ 、 $a+b$ が奇数のときは $c=7$ とする。 a 、 b 、 c の3つの数を大きい順に左から並べて3けたの整数をつくる。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $a=6$ 、 $b=3$ のとき、作られる3けたの整数を求めなさい。

(2) 3けたの整数が奇数である確率を求めなさい。

問2 x 、 y についての連立方程式 $\begin{cases} ax - y = 2 \\ 7x - 2y = 16 \end{cases}$ がある。 x 、 y の値がと

もに自然数となるとき、自然数 a の値をすべて求めなさい。

【解答例】

問 1 (1) (3 点)

763

問 1 (2) (3 点)

 $c=7$ のときしか、3けたの整数は奇数とならない。よって、 $a+b$ が奇数となる。組み合わせは奇数+偶数。

	1	2	3	4	5	6
1		3		5		7
2	3		5		7	
3		5		7		9
4	5		7		9	
5		7		9		11
6	7		9		11	

ただし、 $a=4$ 、 $b=5$ のような、偶数の方が奇数より小さい場合は、754 と 3桁の整数が偶数となってしまふ。よって、全ての組み合わせは 12 通り。

求める確率は、 $\frac{1}{3}$

問 2 (6 点)

 $y = ax - 2$ を、 $7x - 2y = 16$ に代入して、 $7x - 2(ax - 2) = 16$

$$(7 - 2a)x = 12 \quad a \text{ は自然数だから、} \quad x = \frac{12}{7 - 2a}$$

 x が自然数となる時、 $a=2$ ($x=4$)、 $a=3$ ($x=12$)どちらの場合も y は自然数になるので、 $a=2$ 、 3 は適している。 **$a=2$ 、 $a=3$**

【コメント】

問 1 は公立高校でもよく出されそうな問題です。そんなに難しくはないのですが、条件見落とししたり、(2) は数え間違いが起こりそうです。

問 2 は、中学生には難しい、高校生には簡単、そんな問題です。たま～に公立高校でも出したりするので、経験しておくといいです。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>