

角の二等分線と相似

範囲：中3相似

難易度：★★★★☆☆

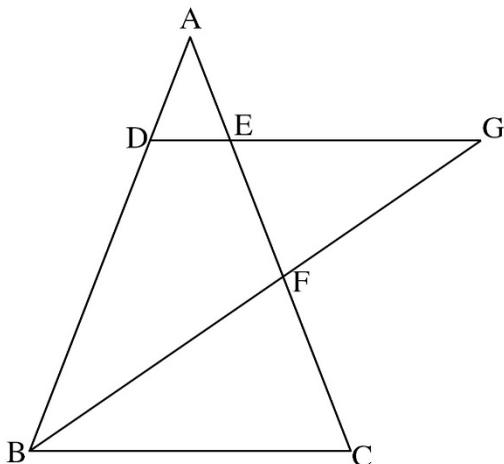
得点

/2

出典：2019年度 愛知県B

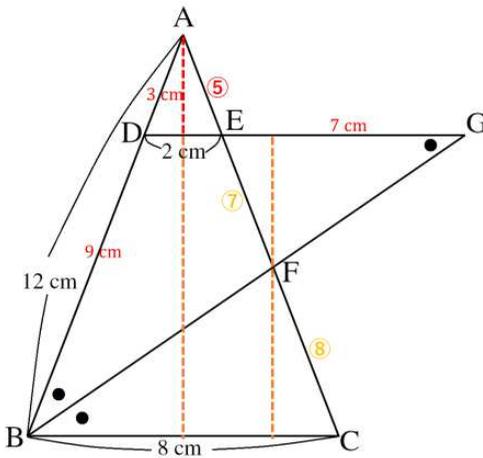
図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形であり、 D 、 E はそれぞれ辺 AB 、 AC 上の点で、 $DE \parallel BC$ である。また、 F 、 G はそれぞれ $\angle ABC$ の二等分線と辺 AC 、直線 DE との交点である。

$AB=12\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ 、 $DE=2\text{ cm}$ のとき、次の①、②の問いに答えなさい。



- ① 線分 DG の長さは何 cm か、求めなさい。
- ② $\triangle FBC$ の面積は $\triangle ADE$ の面積の何倍か、求めなさい。

【解答例】



① (1点)

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 相似比が $1:4$ なので, $AD = 12 \div 4 = 3 \text{ cm}$ となるから, $BD = 9 \text{ cm}$

$DG \parallel BC$ より, 平行線の錯角は等しいから, $\angle GBC = \angle DGB$, よって, $\angle DGB = \angle DBG$ であるから, $\triangle DGB$ は二等辺三角形なので, $DB = DG = 9 \text{ cm}$

② (1点)

$$AE : EC = 1 : 3 = 5 : 15$$

$\triangle EGF \sim \triangle CBF$, 相似比は $7:8$ なので, 高さの比も $7:8$ となる。

よって, $\triangle ADE$ と $\triangle FBC$ は

$\triangle ADE$ 底辺の長さ 2 cm 高さ ⑤

$\triangle FBC$ 底辺の長さ 8 cm 高さ ⑧

$\triangle FBC$ は, $\triangle ADE$ に比べて底辺が 4 倍, 高さが $\frac{8}{5}$ 倍なので,

$$\text{面積は, } 4 \times \frac{8}{5} = \frac{32}{5} \text{ 倍}$$

【コメント】

①→②の誘導も丁寧な, 丁度良い平面図形の辺の比問題です。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>