

## 三平方と二等辺三角形

範囲：中3 平面図形

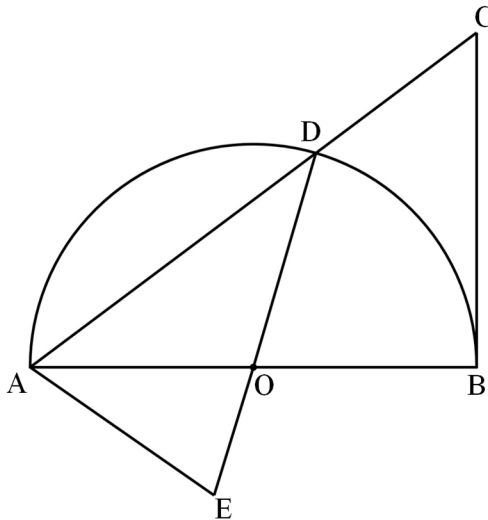
難易度：★×5

得点

/15

出典：オリジナル

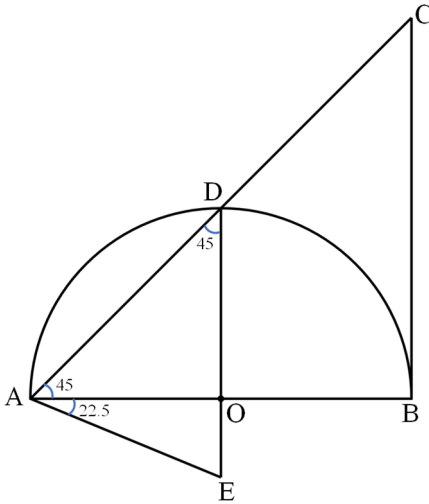
下の図のように、線分  $AB$  を直径とする半円があります。線分  $AB$  の中点を  $O$  とします。点  $C$  を、直線  $AC$  が  $\widehat{AB}$  と交点を持つように、また、 $\angle ABC = 90^\circ$  となるようにとります。直線  $AC$  と  $\widehat{AB}$  との交点を  $D$  とし、直線  $DO$  上に、 $DA = DE$  となる点  $E$  をとります。次の問いに答えなさい。



- 問1  $BA = BC$  とします。 $\angle EAO$  の大きさを求めなさい。
- 問2  $BA = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$  とします。 $\triangle EAO$  の面積を求めなさい。
- 問3  $BA = (2\sqrt{5} - 2) \text{ cm}$  とします。 $AE = AO$  のとき、 $AC$  の長さを求めなさい。



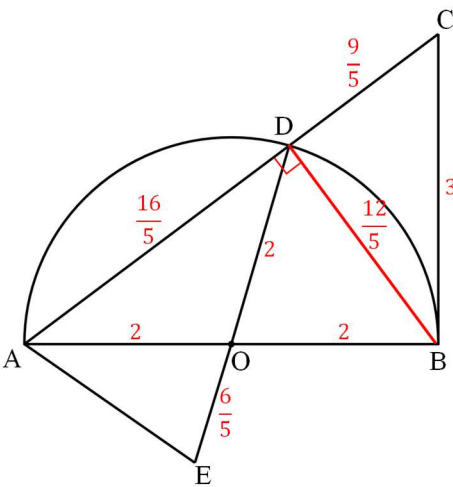
【解答例】



問 1 (4点)

$BC=4\text{ cm}$  のとき、 $\triangle CAB$  は直角二等辺三角形である。

よって、 $\angle ADE=45^\circ$  となり、  
 $\triangle DAE$  は二等辺三角形であることから、  
 $\angle DAE=(180-45)\div 2=67.5^\circ$   
 $\angle EAO=67.5-45=22.5^\circ$



問 2 (5点)

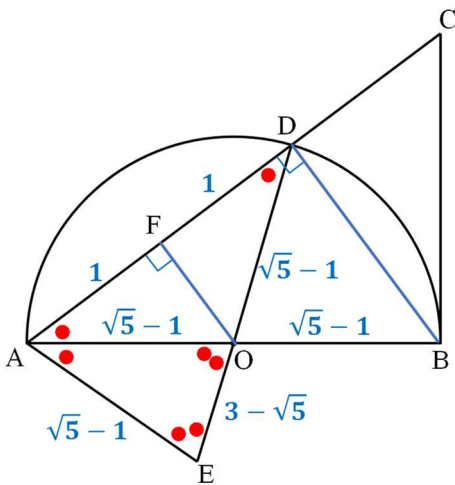
各々の線分の長さは、左図のようになる (3 : 4 : 5 の直角三角形がたくさんできる)。

$$\triangle BAD = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{16}{5} = \frac{96}{25}$$

$$\triangle OAD = \frac{1}{2} \times \frac{96}{25} = \frac{48}{25}$$

$$2 : \frac{6}{5} = 10 : 6 = 5 : 3 \text{ だから,}$$

$$\triangle EAO = \frac{3}{5} \times \frac{48}{25} = \frac{144}{125} \text{ cm}^2$$



### 問3 (6点)

左図のように、 $\angle OAD = \bullet$  とすると、 $\angle DEA = \bullet\bullet$  などとなる

( $\bullet = 36^\circ$ )

$\triangle DAE \sim \triangle AEO$  だからこれを利用したいが、 $\sqrt{\quad}$  が面倒なので、

$AE = 1$ ,  $OE = x$  とすると、

$(1+x):1 = 1:x$  これを解いて、

$$x > 0 \text{ より、} x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

それぞれの長さを  $\sqrt{5}-1$  倍して、

$$AE = \sqrt{5}-1, \quad OE = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times (\sqrt{5}-1) = 3-\sqrt{5} \text{ だから、} DE = 2$$

点 O から DA に垂線を下ろし交点を F とする。

$$DF = 1 \quad DO:DF = (\sqrt{5}-1):1$$

$$\triangle DOF \sim \triangle ACB \text{ なので、} DO:DF = AC:AB \quad (\sqrt{5}-1):1 = AC:(2\sqrt{5}-2)$$

$$AC = 2(\sqrt{5}-1)^2 = (12-4\sqrt{5})\text{cm}$$

#### 【コメント】

お絵かきソフトで遊んでいたらできた問題です。ありきたりな設定なので、過去問とか探したら似たような問題ありそうですが。

問3, 有理化が必要ないように、半径の値を設定しています。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>