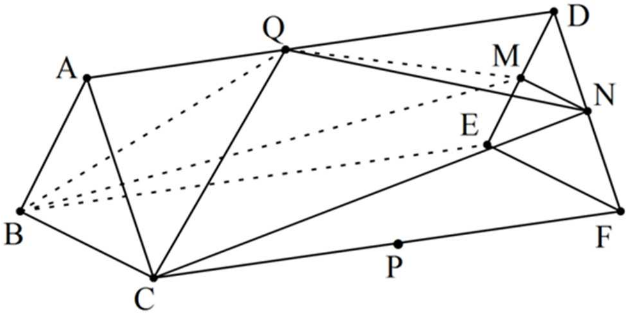
延ばす		
範囲：中 3 空間図形	難易度：★★★★★	得点　　　　　/10

出典：2016 年度　東京都

下の図のように，AB＝4 cm，AD＝9 cm の正三角柱 ABC-DEF があります。辺 CF，AD 上に点 P，Q をとり，辺 DM，DF の中点をそれぞれ M，N とします。次の問いに答えなさい。

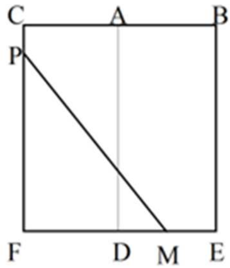


（1）FP＝8 cm とします。PQ＋QM＝k cm とします。k の最小値を求めなさい。

（2）DQ＝5 cm とします。立体 Q-BCMN の体積を求めなさい。

【解答例】

（1）（5 **点**）



正しく展開図を描く。PF＝8 cm，FM＝4+2＝6 cm だから，PM＝$\sqrt{36+64}=10$ cm　k の最小値は，**10**

（2）（5 **点**）

△ABC∽△DMN で，相似比は 2 : 1 である。すると，下の図のように，CN，BM，AD を伸ばすと，ただの三角錐となる。相似比から，OD＝9 cm もすぐ分かる。

$$\triangle \text{ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2 \quad \triangle \text{DMN} = \sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

なので，三角錐 O-ABC，O-DMN の体積はそれぞれ，

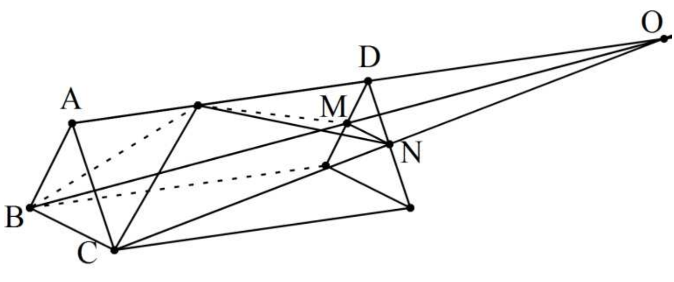
$$\frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times 18 = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3,\quad \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 9 = 3\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

となるから，立体 DMN-ABC の体積は，$21\sqrt{3}$ cm^3

三角錐 Q-ABC，Q-DMN の体積はそれぞれ，

$$\frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times 4 = \frac{16\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}^3,\quad \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}^3$$

だから，合計$7\sqrt{3}$ cm^3　よって求める体積は，$21\sqrt{3}-7\sqrt{3}=$ **$14\sqrt{3}$ cm^3**



【コメント】

（1）はありきたりな問題です。ある程度のレベル以上数学出来る中学生なら，出来て当たり前。

（2）は，頭が柔らかくなかったら，四角錐（？）の高さ出そうとしたりして OUT。私は最初そうしようとしました。残念無念。

【制作】

高校入試　数学　良問・難問

https://hokkaimath.jp/