

延ばす

範囲：中3 空間図形

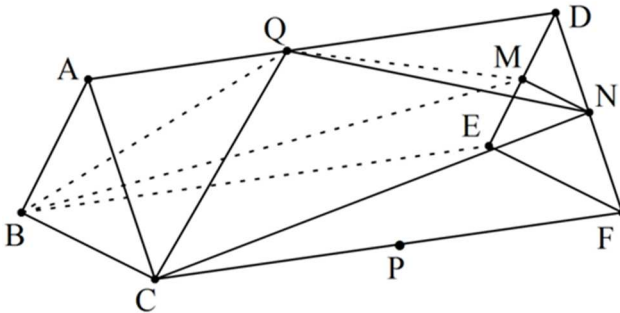
難易度：★×5

得点

/10

出典：2016年度 東京都

下の図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=9\text{ cm}$ の正三角柱 $ABC-DEF$ があります。辺 CF 、 AD 上に点 P 、 Q をとり、辺 DE 、 DF の中点をそれぞれ M 、 N とします。次の問いに答えなさい。

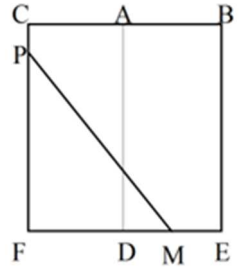


- (1) $FP=8\text{ cm}$ とします。 $PQ+QM=k\text{ cm}$ とします。 k の最小値を求めなさい。
- (2) $DQ=5\text{ cm}$ とします。立体 $Q-BCMN$ の体積を求めなさい。

【解答例】

(1) (5点)

正しく展開図を描く。PF=8 cm, FM=4+2=6 cm だ
から, $PM = \sqrt{36 + 64} = 10$ cm k の最小値は, **10**



(2) (5点)

$\triangle ABC \sim \triangle DMN$ で, 相似比は 2:1 である。すると, 下の図のように, CN, BM, AD を伸ばすと, ただの三角錐となる。相似比から, $OD = 9$ cm もすぐ分かる。

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2 \quad \triangle DMN = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

なので, 三角錐 O-ABC, O-DMN の体積はそれぞれ,

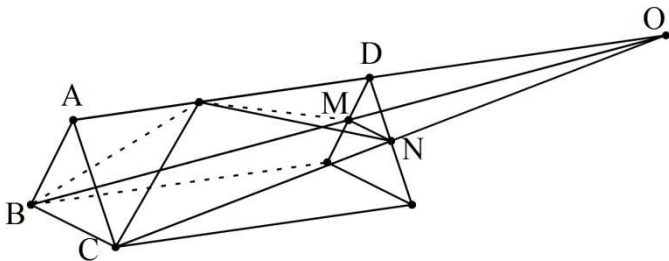
$$\frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times 18 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3, \quad \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 9 = 3\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

となるから, 立体 DMN-ABC の体積は, $21\sqrt{3} \text{ cm}^3$

三角錐 Q-ABC, Q-DMN の体積はそれぞれ,

$$\frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times 4 = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3, \quad \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$$

だから, 合計 $7\sqrt{3} \text{ cm}^3$ よって求める体積は, $21\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \mathbf{14\sqrt{3} \text{ cm}^3}$



【コメント】

(1) はありきたりな問題です。ある程度のレベル以上数学出来る中学生なら、出来て当たり前。

(2) は、頭が柔らかくなかったら、四角錐(?)の高さ出そうとしたりしてOUT。私は最初そうしようとしました。残念無念。

【制作】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>