ポンデリング空間図形

範囲：空間図形	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/11

出典：2017 年度　熊本県

図 1 は, 半径が 2 cm の球 7 個がちょうど入っている円柱である。図 2 は, 直径が図 1 の円柱の底面の直径と等しい球であり，図 3 は，底面の直径が図 1 の円柱の底面の直径と等しく，図 2 の球 1 個と，半径が 2 cm の球 6 個がちょうど入っている円柱である。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。また，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

図 1

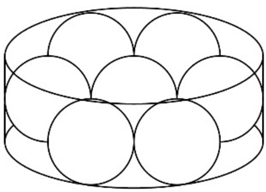


図 2

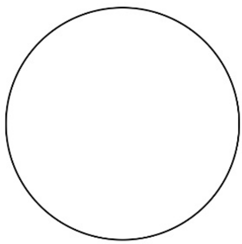
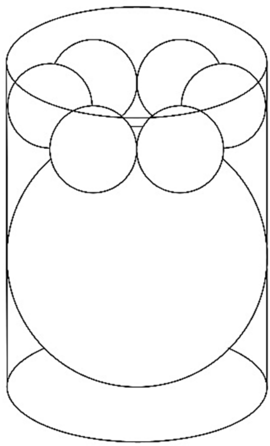
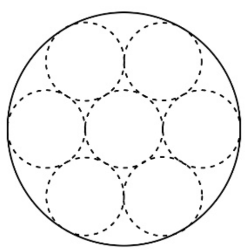


図 3



（1）図 4 は，図 1 の平面図である。図 1 の円柱の底面の直径を求めなさい。

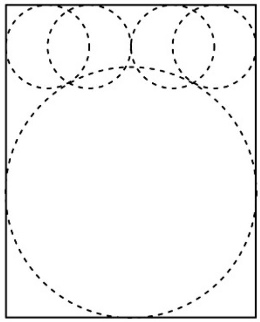
図 4



（2）図 2 の球の体積を求めなさい。

(3) 図 5 は，図 3 の立面図である。図 3 の円柱の高さを求めなさい。

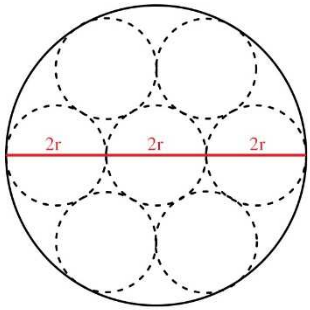
図 5



(4) 図 3 において，円柱の中にある 7 個の球の中心を結び，底面が正六角形の角すいをつくる。この角すいの体積を求めなさい。

【解答解説】

（1）（3 点）



半径が 2 cm の球 3 つ分が直径となる。

2×2×3＝12 cm　**直径 12 cm**

（2）（2 点）

図 1 の底面の円と直径が同じ。半径 6 cm となるから，

$$\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi 6^3}{3}=4\pi\times 36\times 2=\mathbf{288\pi\ cm^3}$$

（3）（3 点）

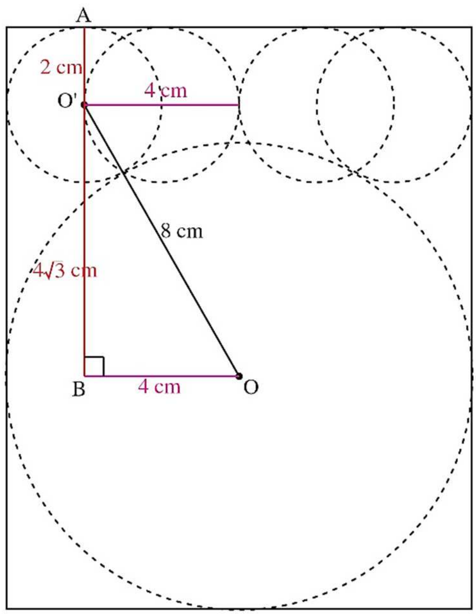


図 5 の立面図で，左図のように考える。

OO'は, 2 つの球の半径の合計だから，OO'＝6＋2＝8 cm

OB は，直径 4 cm と同じ長さなので，OB＝4 cm

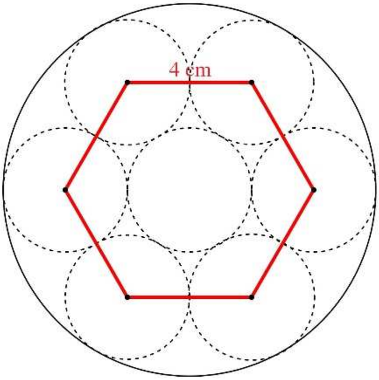
すると, △OBO'は有名三角形なので，$O'B=4\sqrt{3}$ cm

OA＝2 cm と，半径 6 cm を足して，図 3 の円柱の高さは,

$8+4\sqrt{3}$ cm

（4）（3 点）

底面の正六角形は，図 4 の周りの円の中心を結んだ図形と同じである。



この正六角形は, 1 辺が 4 cm の正三角形が 6 つあると考えてよいので，面積は，

$6\times4\sqrt{3}=24\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

高さは，図 5 で O’B となるから，求める体積は，

$\frac{1}{3}\times24\sqrt{3}\times4\sqrt{3}=\mathbf{96\ cm^3}$

※～錐は，底面がどんな図形であろうが，

$$\frac{1}{3}\times\text{底面積}\times\text{高さ}$$

で求められる。

【コメント】

ある程度慣れた中学生にとっては，余裕のよっちゃんな問題です。

このプリント作るとき，問題を解いて解説を作るよりも，問題文の図を描くのが大変でした。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/