令和２年度　数学予想問題１　解答解説

大問 1　小問集合②　配点 15 点

問 1（ア：2 点，イウ：各 1 点）2018 年度愛知県 A

a＼b	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

ア…**8 通り**　イ…**36 通り**

ウ…$\frac{8}{36}=\mathbf{\frac{2}{9}}$

問 2（各 2 点）2010 年度札幌光星高校

∠BOC＝**102°**

∠OAB＝∠OBA＝26°より，小さい方の∠AOB＝128°，大きい方の∠AOB＝232°なので，

∠APB＝232÷2＝**116°**

問 3（ア：2 点，イウ：各 1 点）

2017 年度札幌第一高校

ア…

$$x^2-6x+8=\left(3-\sqrt{5}\right)^2-6\left(3-\sqrt{5}\right)+8$$

$$=9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+8=\mathbf{4}$$

イウ…

$$x^2-6x+8=(x-3)^2-9+8=(\boldsymbol{x-3})^2-\mathbf{1}$$

問 4（3 点）2017 年度都立立川高校

辺 AB，BC の垂直二等分線を引き，△ABC が内接する円を描く。円と，辺 AB の垂直二等分線の交点が D。（円周角の定理）

大問 2　何かと記述させる問題　配点 7 点

2015 年度長野県

問 1（3 点）

43

問 2（4 点，記号のみ正解は 1 点）

記号…**ウ**

階級 64～70g の相対度数を，卵の総数にかける。

大問 3　関数　配点 10 点

問 1 問 2：オリジナル　問 3：2019 年度千葉県

問 1（3 点）

B（6, 72）より，$72=36a$　$a=2$

$y=2x^2$に$x=2$を代入して，A のy座標**8**

問 2（3 点）

$2≦x≦6$ では原点 O を通らない。

$x=2$ のとき $y=4$，$x=6$ のとき，$y=36$　$\mathbf{4≦y≦36}$

問 3（4 点）

A（2, 2）B（6, 18）P（－6, 18）と表せる。

【P の座標 1 点】

直線 AP の式は，$y=-2x+6$ と表せるから，Q（0, 6）

【Q の座標 1 点】

直線 AB の式は，$y=4x-6$ と表せる。$y=6$ を代入し，C(3, 6)とする。すると，

$$\triangle\mathrm{ABQ}=\frac{1}{2}\times3\times6+\frac{1}{2}\times3\times10=24$$

【△ABQ の面積 1 点】

直線 AB と x 軸との交点を D とする。$\mathrm{D}\left(\frac{3}{2},0\right)$

$$\triangle\mathrm{ABR}=\frac{1}{2}\times\left(t-\frac{3}{2}\right)\times18-\frac{1}{2}\times\left(t-\frac{3}{2}\right)\times2=24$$

これを解いて，$t=\mathbf{\frac{9}{2}}$　【答え 1 点】

大問 4　証明　配点 8 点

オリジナル

問 1（3 点）

点 O から CD に垂線 OH を下ろす。

△OCD は二等辺三角形なので，

OC＝4 cm，CH＝3 cm より，OH＝$\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$ cm

$$\triangle\mathrm{ABE}=\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{7}=\mathbf{3\sqrt{7}\ cm^2}$$

問 2（5 点）

△OAC と△OBD において，
仮定より，OA＝OC＝OD＝OB…①
①より，二等辺三角形の底角は等しいから，
∠OCD＝∠ODC…②
CD//AB より平行線の錯角は等しいから，
∠OCD＝∠AOC…③
∠ODC＝∠BOD…④
②，③，④より，∠AOC＝∠BOD…⑤
①，⑤より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△OAC≡△OBD…⑥
したがって，∠OAC＝∠OBD（∠EAB＝∠EBA）より，2 つの角が等しいから，△EAB は二等辺三角形…⑦

①，②，⑤，⑥，⑦→各 1 点　【↓別解】

AB//CD より，平行線の錯角は等しいから，
∠BAD＝∠ADC，∠ABC＝∠BCD　…①
$\overset{\frown}{BD}$，$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角だから，
∠BAD＝∠BCD，∠ABC＝∠ADC　…②
①，②より，∠BAD＝∠ABC…③
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角だから，∠CAD＝∠CBD…④
また，∠EAB＝∠BAD＋∠CAD
　　　∠EBA＝∠ABC＋∠CBD
なので，∠EAB＝∠EBA となるから，2 つの角が等しいので，△EAB は二等辺三角形…⑤

①，②，③，④，⑤→各 1 点

大問 5　学校裁量問題　配点 20 点

問 1（各 4 点）オリジナル

（1）

側面の扇形の弧の長さは，中心角を x とすると、

$2\pi r = 2\pi R * \frac{x}{360}$　と 2 通りで表せる。【各 1 点】

$\frac{x}{360}$について解くと、$\frac{x}{360} = \frac{r}{R} \cdots$①

おうぎ形の表面積は、

$\pi R^2 * \frac{x}{360}$　【1 点】と表せる。①を代入して、

$\pi R^2 * \frac{r}{R} = \pi Rr$【1 点】

（2）

$\pi(R-2)(r+2) + \pi(r+2)^2 = 55\pi$　となるので，
$(r+2)(R+r) = 55$　55＝1×55，11×5 と表せるので，

R+r	r+2
11	5
5	11
55	1
1	55

左の表のようになるが，r, R は自然数，R>r なので，上のみとなる。よって，（R, r）＝（8, 3）このとき，OA の長さは，
$\sqrt{64-9} = \mathbf{\sqrt{55}\ cm}$

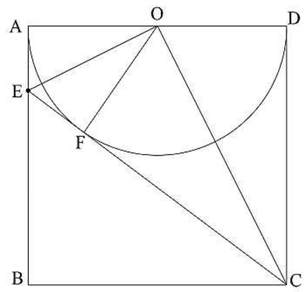
問 2（4 点）2008 年度ジュニア数学オリンピック

△OAE≡△OFE，△CFO≡△CDO，さらに∠COE＝90°より，△OFE∽△CFO。相似比は 1：2 なので，

$\triangle CDO = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$より，

$\triangle CFO = \frac{1}{4}$，$\triangle OAE = \triangle OFE = \frac{1}{16}$となるから，

$\triangle CBE = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \mathbf{\frac{3}{8}}$



問 3（各 4 点）2017 年度大阪府 B

（1）

AG ＝ $\sqrt{(8-x)^2+16}$　【1 点】
CH ＝ $\sqrt{x^2+16}$より，AH ＝ $\sqrt{x^2+32}$【1 点】
よって，$(8-x)^2 + 16 = x^2 + 32$
$16x = 48$　$\mathbf{x = 3}$【2 点】

（2）

△BGI∽△EHJ で，相似比が 2：6＝1：3。JH＝6 cm
EB，HG を延長して，交点を O とする。OB：OE＝1：3 となるから，OE＝6 cm。三角錐 O-EHJ の体積は，

$\frac{1}{3} * \frac{1}{2} * 6 * 3 * 6 = 18\ cm^3$

体積比は，27：（27－1）＝27：26 となるので，求める体積は，$18 * \frac{26}{27} = \mathbf{\frac{52}{3}\ cm^3}$