# 令和３年度　数学予想問題２　解答解説

大問１　小問集合②　配点 13 点

**問 1（3 点）（2017 年度山口県）**

4 日は 3 日より 2 度暖かいから，3 日は 18 度

3 日は 2 日より 3 度寒いから，2 日は 21 度

2 日は 1 日より 2 度暖かいから，1 日は 19 度

ア　**19**

**問 2（3 点）（2017 年度長崎県）**

I）おうぎ形 BAE が 1 回転すると，

半球となるので

$$\frac{1}{2}\times\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{2\pi\times 2^3}{3}=\frac{16}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$$

II）長方形 BCDE が 1 回転すると，

底面の円の面積は$4\pi\ \mathrm{cm}^2$　高さは 3 cm なので

$4\pi\times 3=12\pi\ \mathrm{cm}^3$

よって合計は，$\frac{16}{3}\pi+12\pi=\boldsymbol{\frac{52}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3}$

**問 3（3 点）（2017 年度奈良県）**

**【解法 1】**

がむしゃらに計算。

$$\left(\sqrt{5}+2\right)^2-\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right)+\left(\sqrt{5}-2\right)^2$$

$$=5+4\sqrt{5}+4-(5-4)+5-4\sqrt{5}+4$$

$$=9+4\sqrt{5}-1+9-4\sqrt{5}=\mathbf{17}$$

**【解法 2】**

$a^2-ab+b^2=(a-b)^2+ab$

$$=\left(\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2\right)^2+\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right)$$

$$=(4)^2+1=\mathbf{17}$$

**問 4（方程式 2 点　答え各 1 点）**

**（2017 年度三重県）**

$$\begin{cases} x+y=50 & \cdots ① \\ \frac{110}{100}x+\frac{95}{100}y=52 & \cdots ② \end{cases}$$

$110x+95y=5200$　（②×100）

$95x+95y=4750$　（①×95）

$15x=450$　$x=30$　$y=20$

今日のパンは，$\frac{110}{100}\times 30=\mathbf{33}$

おにぎりは，$\frac{95}{100}\times 20=\mathbf{19}$

※割合計算

$a$ に関して割合計算

元の数　$\frac{100}{100}a$　$\left(100\%の値　これが基準\right)$

10%増えたら　$\frac{100+10}{100}a=\frac{110}{100}a$

5%減ったら　$\frac{100-5}{100}a=\frac{95}{100}a$

大問2　何かと新傾向な問題　配点8点（オリジナル）

**問1（アイ）（完答2点）**

A学校もB学校も生徒数は6人なので，中央値を出すには，3位と4位の「得点と平均点との差」の和を2で除せればよい。

A学校は，（1＋0）÷2＝（ア）**0.5**,

B学校は，（1－2）÷2＝（イ）**－0.5**

**問1（ウエ）（完答1点）**

A学校は，＋1点が3つで最も多いので（ウ）**1**，B学校は－2点が2つで最も多いので（エ）**－2**

**問2（オ）（1点）**

A学校においては，－1＋1＋1＋0＋1－2＝0

B学校においても，－2＋2＋1－3－2＋4＝0

と，どちらも（オ）**0**となる。

**問2（カ）（3点）**

$$\left(x_1-\overline{x}\right)+\left(x_2-\overline{x}\right)+\cdots\cdots+\left(x_{n-1}-\overline{x}\right)+\left(x_n-\overline{x}\right)$$

$$=\underbrace{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{n-1}+x_n}_{n\text{個}}-\underbrace{\left(\overline{x}+\overline{x}+\cdots\cdots+\overline{x}+\overline{x}\right)}_{n\text{個}}$$

$=$ （カ）$\boldsymbol{T-n\overline{x}}$

**問2（キ）（1点）**

$n$人の点数の合計は$T$，平均点は$\overline{x}$であるから，

$\overline{x}=\dfrac{T}{n}$　すなわち，$T=$（キ）$\boldsymbol{n\overline{x}}$

よって，$T-n\overline{x}=n\overline{x}-n\overline{x}=0$ となる。

大問3　<u>関数　配点10点</u>

**問1（3点）**（オリジナル）

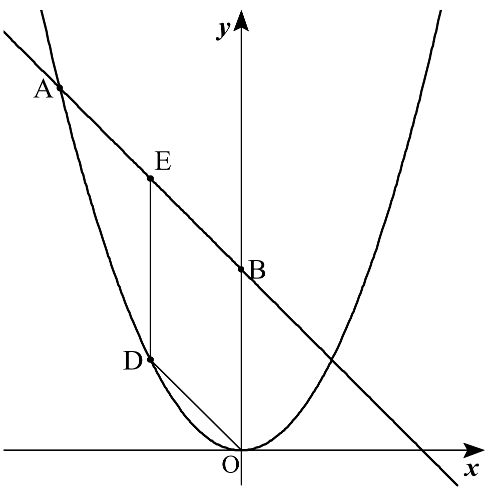
$y=-\frac{1}{2}x+4$ に $x=-6$ を代入して，A（$-6, 7$）

$7=36a$　$\boldsymbol{a=\frac{7}{36}}$

**問2（3点）**（オリジナル）

A（$-6, 36$）　AB＝BC だから，点 B は AC の中点となり，$y$ 座標は，（36＋0）÷2＝**18**

**問3（4点）（2015年度埼玉県）**

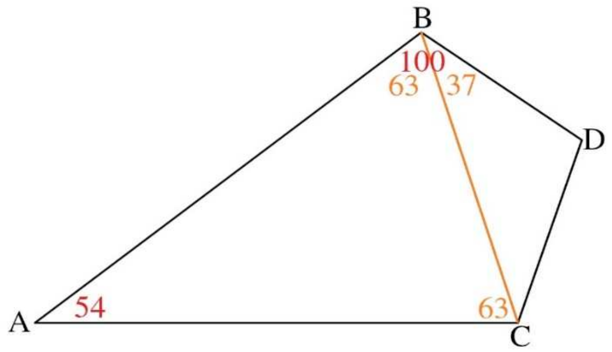



A（$-6, 12$），D（$-3, 3$）と表せる。
OD//BA なので，直線 $l$ の傾きは，
$\frac{3}{-3}=-1$　となる。
B の $x$ 座標は 0 なので，B の $y$ 座標を $b$ とすると，$\frac{12-b}{-6}=-1$　$b=6$
したがって，直線 $l$ の式は $y=-x+6$

＜部分点＞
直線 $l$ の傾き…2点
直線 $l$ の切片…1点

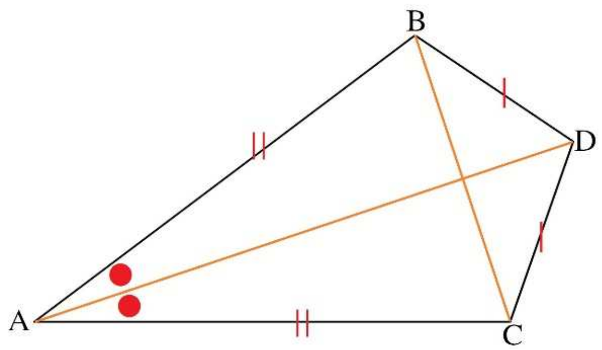
大問4　<u>証明　配点8点</u>（オリジナル）

**問1（3点）**




△ABC は二等辺三角形なので，∠ABC＝（180－54）÷2＝63°　∠DBC＝100－63＝**37°**

**問2（5点）**




△ABD と△ACD において，
仮定より，AB＝AC…①　BD＝CD…②
共通な辺だから，AD＝AD…③
①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいから，△ABD≡△ACD
したがって，∠BAD＝∠CAD…④であり，二等辺三角形 ABC において，AD は頂角の二等分線だから，底辺 BC と垂直に交わる。
よって，AD⊥BC

＜部分点＞
①②…両方示せて1点
③…1点　④…1点

大問 5　<u>学校裁量問題　配点 21 点</u>

**問 1（3 点×2）（2019 年日本数学オリンピック予選）**

左辺を $x$ でくくり，

$x(1+y+yz)=31$

31 は素数，$x$，$y$，$z$ は正の整数なので，$x=1$

$1+y+yz=31$　$y+yz=30$

$y(1+z)=30$

$30=2\times3\times5$であり，$y<z$ だから，$y$ の値として考えられるものは，$y=2$，3

このとき，$z=14$，9

（$x$，$y$，$z$）＝**（1，2，14）（1，3，9）**

**問 2（2012 年度立川高校）**

**（1）（3 点）（改題）**

カードの選び方は 8×8＝64 通りある。

図形が線分となるには，

I）1 枚が A，または，II）2 枚のカードが A 以外の同じ記号となればよい。

I）1 枚が A となるカードの選び方は，

1 回目に A を引き，2 回目に A 以外を引く

…7 通り

1 回目に A 以外を引き，2 回目に A を引く

…7 通り

II）2 枚のカードが A 以外の同じ記号となるカードの選び方は，BB……HH の合計 7 通り

したがって，求める確率は

$$\boldsymbol{\frac{21}{64}}$$

**（2）（3 点）**

I)正方形 ADHE

点 D，E，H から 2 点選ばれればよいので，

D-E，D-H，E-D，E-H，H-D，H-E の合計 6 通り。

II）正方形 ABFE

I）と同様に，合計 6 通り。

III）正方形 ABCD

I）と同様に，合計 6 通り。

よって合計 18 通りだから，求める確率は，

$$\frac{18}{64}=\boldsymbol{\frac{9}{32}}$$

**（3）（5 点）（オリジナル）**

$V$ が最大値をとるとき，印を付けた頂点は A，C，F となり，

$V$＝立体 ADF-EHGF の体積となる。

$V$＝立方体 ABCD-EFGH －三角錐 C-ABF

立方体 ABCD-EFGH の体積は，2×2×2＝8

三角錐 C-ABF の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=\frac{4}{3}$

したがって，$V$ の最大値は，$8-\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$

<部分点>

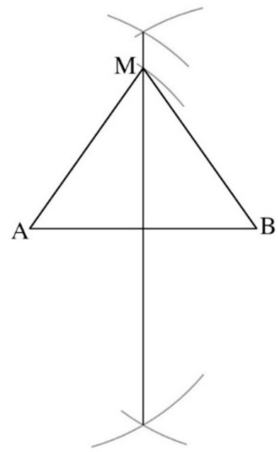
$V$ が最大値をとるときの印…1 点

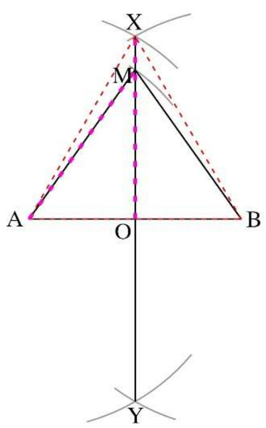
$V$＝立体 ADF-EHGF と書かれてある…1 点

立方体の体積…1 点

三角錐 C-ABF の体積…1 点

**問 3（4 点）（2014 年度立川高校）**




①，点 A，B を中心とする，半径が AB の円を，コンパスで書き，交点を X，Y とする。△XAB は正三角形，四角形 AXBY はひし形となる。

②，XY と AB との交点 O は AB の中点となる。OX＝AM となるので，長さをコンパスで測り，半径がその長さで，中心が A の円を書くと，点 M が作図できる。