令和３年度　数学予想問題　解答解説

大問１　小問集合②　配点 13 点

問１（3 点）（2017 年度鹿児島県改題）

（考え方 1）

9 人に b 個ずつ配っているから，配ったりんごの合計は，$9b$

5 個余っているので，$9b+5=a$

これを b について解くから，

$9b=a-5$　$\boldsymbol{b=\dfrac{a-5}{9}}$

（考え方 2）

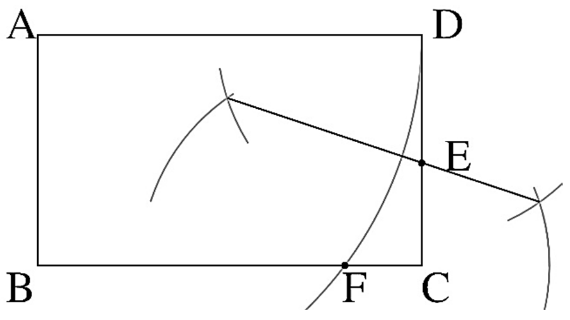
5 個余っているので，配ったりんごの合計は，$a-5$ 個　それを 9 人で割るので，1 人あたりもらえるりんごの数 b は，

$\boldsymbol{b=\dfrac{a-5}{9}}$

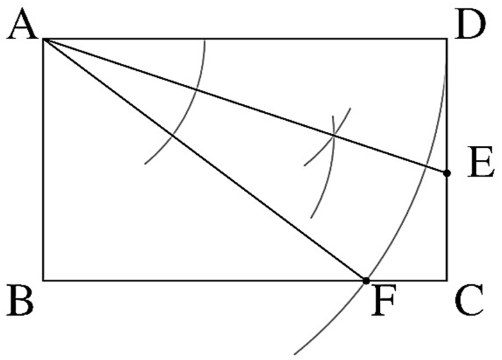
問２（2 点×2）（よく見る問題）

まず，AD＝AF であるから，半径が AD の円を作図し，BC との交点が F。

その後は, DF の垂直二等分線と CD との交点が E。



∠DAF の二等分線と DC との交点が E としてもよい。



問３（3 点）（2016 年度鹿児島県）

円錐の投影図である。

側面積の扇形の面積が $15\pi\,\mathrm{cm}^2$，半径が 5 cm であることから，

$25\pi\times\dfrac{x}{360}=15\pi$　$\dfrac{x}{360}=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$

そうすると，扇形の弧の長さは，

$10\pi\times\dfrac{3}{5}=6\pi$ cm

これは，底面の円周の長さと一致するので，**6π cm**

問４（3 点）（2017 年度鹿児島県）

$3<\sqrt{\dfrac{n}{2}}<4$　2 乗して，$9<\dfrac{n}{2}<16$

2 倍して，$18<n<32$

これを満たす自然数 n は，19 から 31 の，**13 個**

大問 2　何かと新傾向な問題　配点 8 点

（2014 年度山口県）

問 1（3 点）

エ

x 軸が時間，y 軸が距離なので，傾きは，

$$\frac{y\text{の増加量}\left(\text{距離}\right)}{x\text{の増加量}\left(\text{時間}\right)}=\text{傾き}\left(\text{速さ}\right)\text{となっている。}$$

実際の特急列車は，加速したり減速したりするが，グラフでは考えていないので，傾き（速さ）が一定となっている。

問 2（2 点）

ア

あずさ 6 号は，10 分間で 14 km 走るから，

分速$\dfrac{14}{10}=\dfrac{7}{5}$ km

かいじ 133 号は，AB 間 8 km を 8 分で走るから，

分速$\dfrac{8}{8}=1$ km

上記のような計算しなくても，あずさ 6 号の方が，明らかに傾きが急であることから判断しても良い。

問 3（完 3 点）

A 駅～B 駅間ですれ違うので，かいじ 132 号とあずさ 5 号を考える。

あずさ 5 号の直線の式は，傾き$\dfrac{7}{5}$，（10, 0）を通るから，$y=\dfrac{7}{5}x-14$

かいじ 132 号の直線の式は，傾き－1，（16, 0）を通るから，$y=-x+16$

$$\begin{cases} y=\dfrac{7}{5}x-14 \\ y=-x+16 \end{cases}$$ この連立方程式を解いて，

$\dfrac{7}{5}x-14=-x+16$　$7x-70=-5x+80$

$12x=150$

$x=\dfrac{25}{2}(=12.5)$，$y=\dfrac{7}{2}(=3.5)$　なので，

11時12分30秒に A 駅から**3.5 km地点**ですれ違う。

大問 3　関数　配点 10 点

（オリジナル）

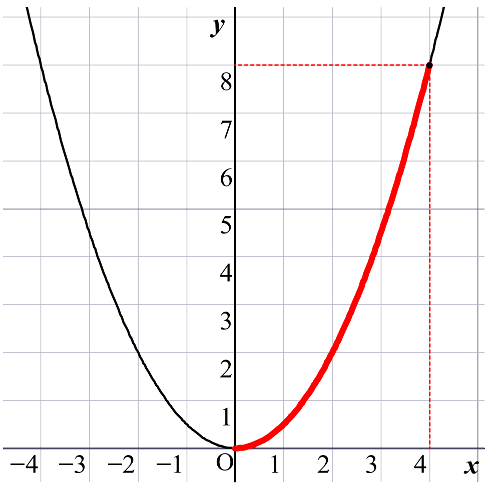
問 1（3 点）

$y=\frac{1}{2}x^2$ に，$x=3$ を代入して，

$y=\frac{9}{2}$　P の y 座標は $\mathbf{\frac{9}{2}}$

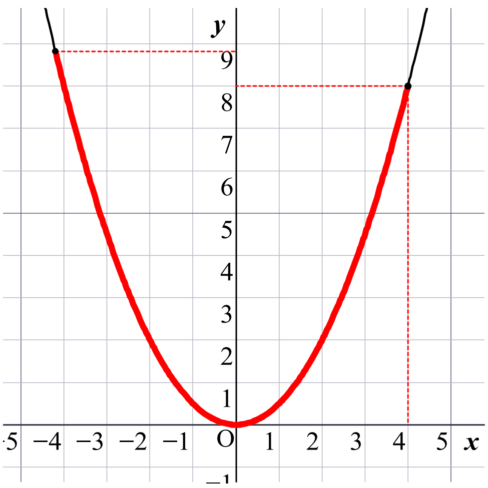
問 2（3 点）

まず，y の最小値が 0 であることから，



x の変域に 0 は必ず含まれなくてはならない。よって，$a \leq 0$…①

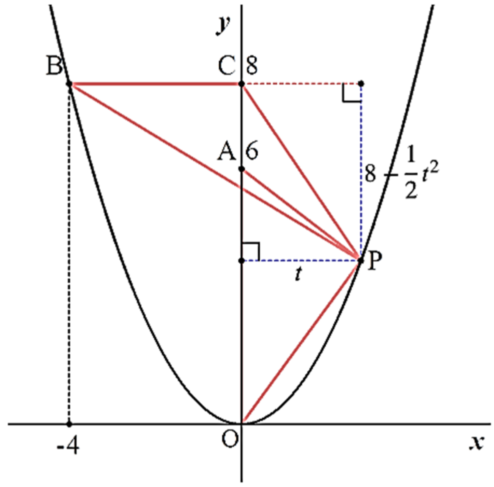
次に，y の最大値が 8 であることから，x が−4 より小さいと，



最大値が 8 を超えてしまう。よって，$-4 \leq a$…②

①，②より，$-4 \leqq a \leqq 0$ だから，**ア…−4，イ…0**

問 3（4 点）



【解答例 1】

A（0, 6）　B（−4, 8）であるから，C（0, 8）①

P$\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ と表す。

$\triangle \mathrm{BCP}=\frac{1}{2}\times 4\times\left(8-\frac{1}{2}t^2\right)=16-t^2$

$\triangle \mathrm{OAP}=\frac{1}{2}\times 6\times t=3t$

$16-t^2=3t$　$t^2+3t-16=0$　②

$t=\frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$③　$0<t<4$ より，$\mathbf{t=\frac{-3+\sqrt{73}}{2}}$

【解答例 2】

A（0, 6）　B（−4, 8）であるから，C（0, 8）①

P$\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ と表す。

△BCP において BC＝4，△OAP において OA＝6 である。それぞれを底辺としたとき，高さは，

$\triangle \mathrm{BCP}$ の高さ $=8-\frac{1}{2}t^2$，　$\triangle \mathrm{OAP}$ の高さ $=t$

となり，この高さの比が 6 : 4＝3 : 2 となるので，

$\left(8-\frac{1}{2}t^2\right):t=3:2$　②　$t^2+3t-16=0$

$t=\frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$③　$0<t<4$ より，$\mathbf{t=\frac{-3+\sqrt{73}}{2}}$

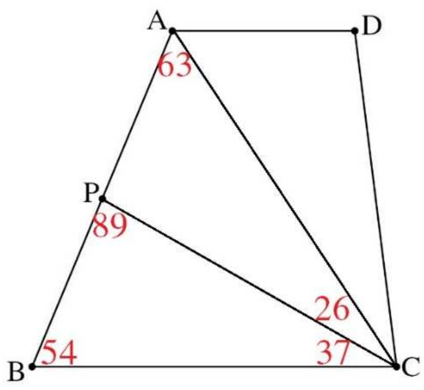
＜部分点＞

①C の座標…1 点，②方程式…1 点，③解…1 点

大問 4　証明　配点 8 点

（2016 年度千葉県改題）

問 1（3 点）



三角形の内角の和は 180°だから，

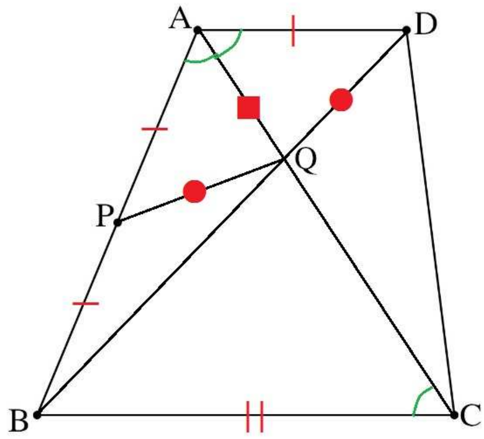
∠BCP＝180°－89°－54°＝37°

△BAC は，BA＝BC の二等辺三角形なので，底角は等しいから，

∠BAC＝∠BCA＝（180°－54°）÷2＝63°

∠ACP＝63°－37°＝**26°**

問 2（5 点）



△PQA と△DQA において，
仮定より，PQ＝DQ　PA＝DA
共通な辺だから，QA＝QA
3 組の辺がそれぞれ等しいから，
△PQA≡△DQA
したがって，∠PAQ＝∠DAQ…①
BA＝BC より，二等辺三角形の底角は等しいから，∠PAQ＝∠BCA…②
∠DAQ＝∠BCA なので，錯角が等しいから
AD//BC…③
1 組の対辺が平行なので，四角形 ABCD は台形である。

＜部分点＞

①が示せて…2 点，②が示せて…1 点

③が示せて…1 点

大問 5　学校裁量問題　配点 21 点

問 1（**5 点**）（2019 年度青森県）

10 人の平均点は，

$$\frac{9+8+7+7+6+3+2+1+1+\text{ア}}{10}$$

$$=4.4+\frac{\text{ア}}{10}$$

と表すことができ，これがアに入る数より小さいことから，考えられる数は 5～10 となる。

さらに，アに入る数値は 6 位から 10 位の点数なので，考えられる数は 1～5 となる。

よってアに入る数は 5

イに入る数は，$4.4+\frac{5}{10}=4.9$

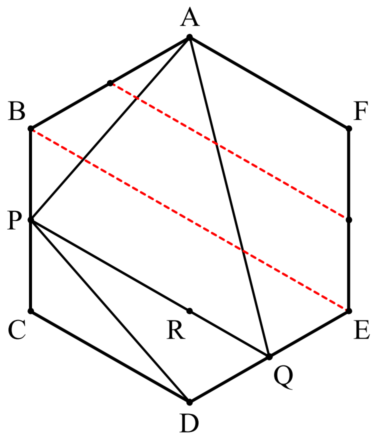
ア…5　イ…4.9

＜部分点＞

・式が書かれてあって，平均点＜ア　から，これを満たす自然数が 5～10 と書かれている ……2 点

・アに入る数値は 6 位から 10 位の点数なので 1～5 と書かれている ……2 点

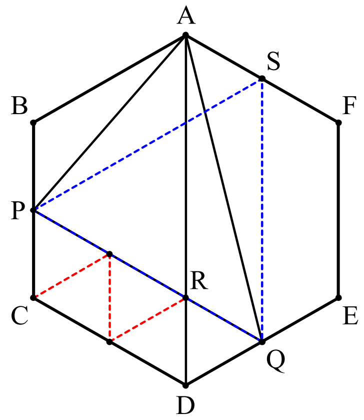
問 2（**1**）（**4 点**）（オリジナル）



底辺 PQ が共通であるから，面積比は高さの比となる。図より，高さの比が 1：3 なので，

△DPQ：△APQ＝**1：3**

問 2（**2**）（**4 点**）（オリジナル）



△APR と△APQ は，PR：RQ＝2：3 である（面積比も 2：3 となる）。

△APQ は，PQ//AF なので，AF の中点を S とすると，△APQ＝△SPQ（等積変形）

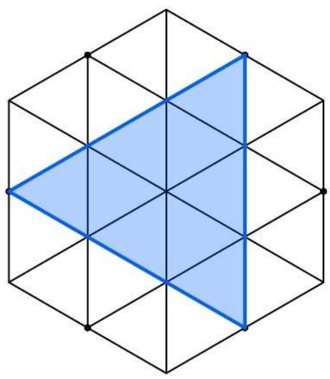
△SPQ は，正三角形 DQR が 5＋3＋1＝9 個分と分かる。したがって，△APR は，

正三角形 DQR が $9\times\frac{2}{3}=6$ 個分と分かる。

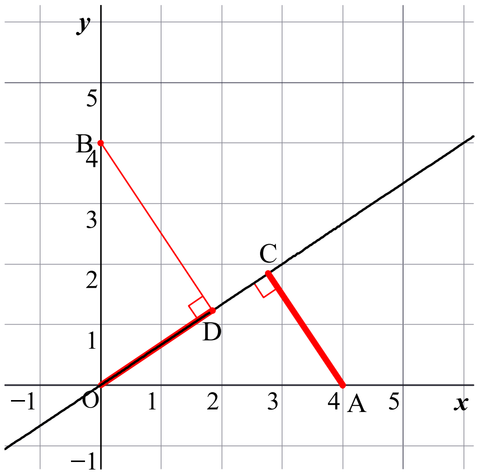
正六角形 ABCDEF は，正三角形 DQR が 9＋5×3＝24 個分と分かる。

$\frac{6}{24}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$**倍**

＜参考図＞



問 3（1）（4 点）（オリジナル）

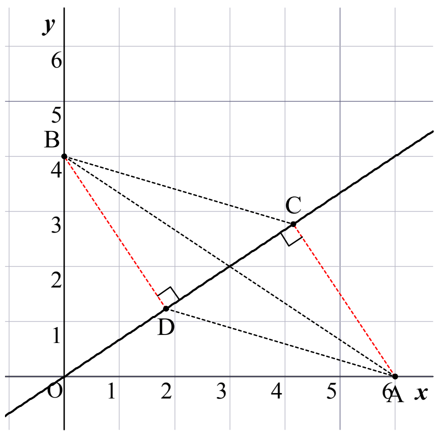


1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ODB≡△ACO。よって，OB＝AO となる。つまり，a＝b となれば良い。（1, 1）～（6, 6）の 6 通りだから，

$$\boldsymbol{\frac{1}{6}}$$

問 3（2）（完 4 点）（オリジナル）

（考え方 1）

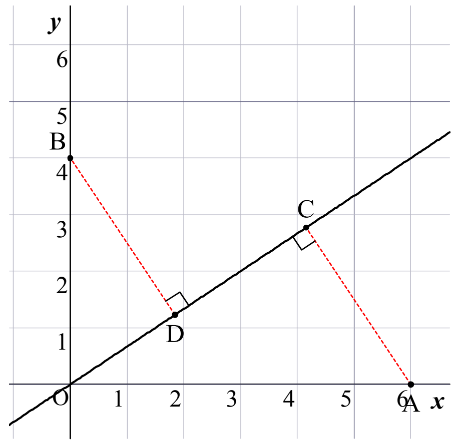


AC＝BD となるとき，1 組の対辺が平行で長さが等しいから，四角形 ACBD は平行四辺形となる。2 つの対角線の交点はそれぞれの中点で交わるから，AB の中点は，①上の点となる。AB の中点の座標は，$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$となるから，①に代入し，

$\frac{b}{2} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{a}{2}\right)$　整理して，$3b = 2a$

これを満たす(a, b)は，**（3, 2）（6, 4）**

（考え方 2）



2 直線が垂直に交わるとき，傾きの積は－1 である。

直線 AC は，$y = -\frac{3}{2}(x - a)$　$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}a$

直線 BD は，$y = -\frac{3}{2}x + b$

これらの直線の式と，$y = \frac{2}{3}x$を連立した方程式を解いて，

C$\left(\frac{9}{13}a, \frac{6}{13}a\right)$，D$\left(\frac{6}{13}b, \frac{4}{13}b\right)$

AC＝BD だから，

$\left(\frac{4}{13}a\right)^2 + \left(\frac{6}{13}a\right)^2 = \left(\frac{6}{13}b\right)^2 + \left(\frac{9}{13}b\right)^2$

$16a^2 + 36a^2 = 36b^2 + 81b^2$　$52a^2 = 117b^2$

$4a^2 = 9b^2$　$a > 0$，$b > 0$ より，$2a = 3b$

これを満たす(a, b)は，**（3, 2）（6, 4）**

※（1）も同様に解けはする。