令和５年度　北海道公立高校入試　数学予想問題　解答・解説

【大問 1】

問 1（3 点×3） 出典：昭和 59 年度北海道

（1）$2\times7-(-5)=14+5=\mathbf{19}$

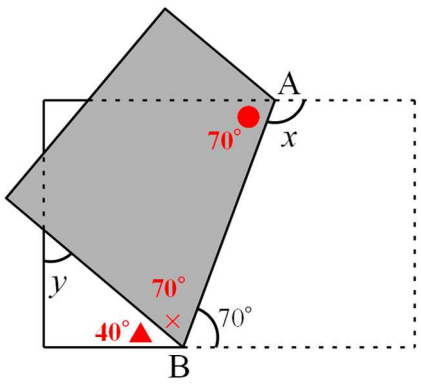
（2）$(-3)^2+6\times(-4)=9-24=\mathbf{-15}$

（3）$\sqrt{27}+\sqrt{12}=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=\mathbf{5\sqrt{3}}$

問 2（4 点） 出典：平成 17 年度北海道

$x^2+2x+1=(x+1)^2=\left(\sqrt{6}-1+1\right)^2=\mathbf{6}$

問 3（3 点×2） 出典：平成 12 年度北海道



上の図で，

平行線の錯角は等しいから，

∠●＝70°，よって∠x＝180°－70°＝**110°**

折り曲げたので，∠×＝70°，∠▲＝180°－140°＝40°となるから，

∠y＝180°－90°－40°＝**50°**

問 4（完 4 点） 出典：平成 14 年度北海道

a，bは連続する 2 つの自然数なので，$a=n$，$b=n+1$ と置くと，

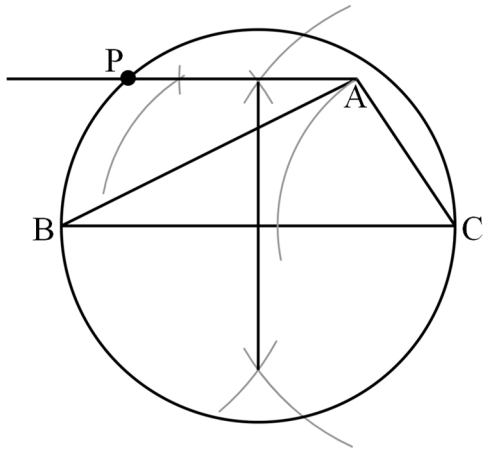
$\sqrt{a+b}=\sqrt{n+n+1}=\sqrt{2n+1}$

$n=4$ のとき，$\sqrt{2n+1}=3$　$\boldsymbol{a=4, b=5}$

問 5（4 点）

関数 $y=\dfrac{24}{x}$ で$x=3$ のとき$y=8$，$x=4$ のとき$y=6$ だから，変化の割合は，$\dfrac{8-6}{3-4}=-2$，よって，$\mathbf{-2}$

問 6（6 点） 出典：令和 4 年度新宿高校



BC を直径とする円を作図する。AP//BC であればよいので，CA を 1 辺とするひし形を書き，ひし形の線分の延長線と円周との交点を P とすれば良い。

【コメント】

大昔の北海道の入試からも抜粋してみました。問 6 は露骨に難易度上げてみました。大問 1 からシンドイこともありえるかもしれません。

【大問 2】

問 1（4 点）

度数分布表には，94 以上 96 未満が 2 組あると書かれてあるが，結果表には，ゆにばーすしかいないので，錦鯉の点数は 94 以上 96 未満と分かる。したがって，**94，95 点**と考えられる。

問 2（4 点）

コンビ名	巨人	
モグライダー	91	1
ランジャタイ	87	-3
ゆにばーす	89	-1
ハライチ	88	-2
真空ジェシカ	90	0
オズワルド	94	4
ロングコートダディ	89	-1
錦鯉	$90+x$	x
インディアンス	92	2
もも	91	1
合計	903	$1+x$

そのまま計算すると面倒くさいので，左図のように，全ての点数を－90 する。

巨人師匠が 10 組につけた合計点は，平均点 90.3 点より，90.3×10＝903

903－90×10＝3 より，

$1+x=3$　$x=2$

錦鯉につけた点数は，90＋2＝92

92 点

問 3（4 点）

箱ひげ図より，最小値は 87，最大値は 96，中央値は 91.5，

第 1 四分位数は 89，第 3 四分位数は 93 である。

10 組いるので，第 3 四分位数は上から 3 番目となる。また，上から 1 番目が 96 点なので，錦鯉の 94 点は上から **2 番目**となる。

問 4（完 4 点）

4 名の審査員がつけた点数を，大きい順に並べ替える。

富澤　【89，90，90，90，91，91，92，93，94，95】

塙　　【89，90，91，91，92，92，93，93，94，95】

志らく【89，90，90，91，94，94，95，96，96，96】

礼二　【89，89，90，93，94，94，95，95，96，96】

①，最小値 89 点，最大値 95 点の富澤と塙を見る。

富澤の中央値は 91 点，塙の中央値は 92 点なので，富澤がウ，塙がアと分かる。

②，最小値 89 点，中央値 94 点，最大値 96 点の志らくと礼二を見る。

第 3 四分位数が志らくは 96，礼二は 95 となるので，志らくがイ，礼二がエと分かる。**富澤ウ，塙ア，志らくイ，礼二エ**

【コメント】

錦鯉（札幌出身の長谷川雅紀さんと，東京出身の渡辺隆さんのコンビ）が優勝した M-1 グランプリ 2021 の審査員の点数が，偶然（？）にも，問題が作りやすい数値でした。問 4 は，志らくさんと礼二さんが最大値，最小値，中央値，第一四分位数を一致させてくれたためラッキーですね。

四分位数の求め方，実は色々あるのですが，中学高校の教科書には 1 つだけ載っていますね。問題文で指示すべきか迷いましたが，全国の入試では特にことわりは書いていないようでしたので書きませんでした。教科書に載っている方法で求めてください。今回の問題は，エクセル（計算機）の定義でもテューキーの定義でも文科省の定義でも答えは一つに絞れるので問題ありませんが。

無理やり高校範囲から降りてきた統計分野です。自分で作っておいてなんですが，やっぱりこういう資料の整理問題は好きじゃない。

【大問 3】

問 1（4 点）

A（1, 1）B（$-t$, t^2）なので $x=-t$ のとき，$y=2$ となる。$t^2=2$，$t>0$ より，$\boldsymbol{t=\sqrt{2}}$

問 2（1）（4 点）

点 B と点 A の y 座標が同じであればよいから，$t^2=1$，$t>0$ より，$t=\mathbf{1}$

問 2（2）（8 点）

△ABC において，BC$=t$ だから，面積が t^2 となるには，高さ（C と A の y 座標の差の絶対値）が $2t$ となればよい。

A（1, 1）B（$-t$, t^2）より C（0, t^2）

$t>1$ のとき，$t^2-1=2t$ …①　$t^2-2t-1=0$　$t=1+\sqrt{2}$ …②

$0<t<1$ のとき，$1-t^2=2t$ …①′　$t^2+2t-1=0$　$t=-1+\sqrt{2}$ …③

したがって，求める t の値は，$\boldsymbol{t=\sqrt{2}\pm 1}$

・△ABC の高さについて，$t>1$，$t<1$ の場合分けができている…2 点

・①または①’が導かれている…2 点

・②が導かれている…2 点　・③が導かれている…2 点

【コメント】

2020 年度の福井県で場合分けさせる問題出ていたので，それを真似して作ってみました。確か正答率 0～4%くらいだった気がします。でもこの問題はアキトさんが誘導してくれているので，恐らく正答率 15%くらいはいくはず，たぶん。

【別解】

A（1, 1）B（$-t$, t^2）より C（0, t^2）

$t>1$ のとき，△ABC の面積は，

$\frac{1}{2}t(t^2-1)=t^2$　$t\neq 0$ より両辺をtで除して　$\frac{1}{2}(t^2-1)=t$ …①

整理して，$t^2-2t-1=0$　$t>1$ なので　$t=1+\sqrt{2}$ …②

$0<t<1$ のとき，△ABC の面積は，

$\frac{1}{2}t(1-t^2)=t^2$　$t\neq 0$ より両辺をtで除して　$\frac{1}{2}(1-t^2)=t$ …①′

整理して，$t^2+2t-1=0$　$0<t<1$ なので，$t=-1+\sqrt{2}$ …③

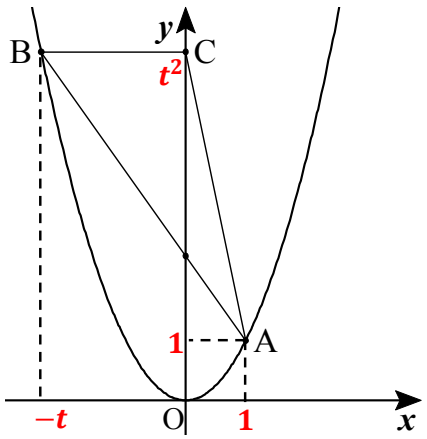
したがって，求める t の値は，$\boldsymbol{t=\sqrt{2}\pm 1}$

・△ABC の面積について，$t>1$，$t<1$ の場合分けができている…2 点

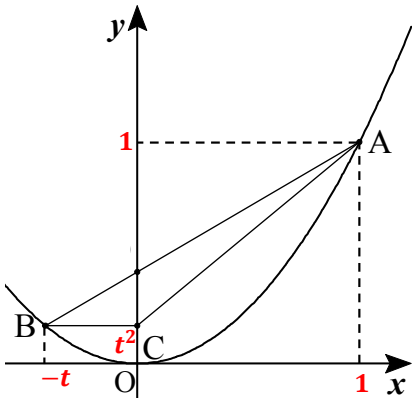
・①または①’が導かれている…2 点

・②が導かれている…2 点　・③が導かれている…2 点

$t>1$

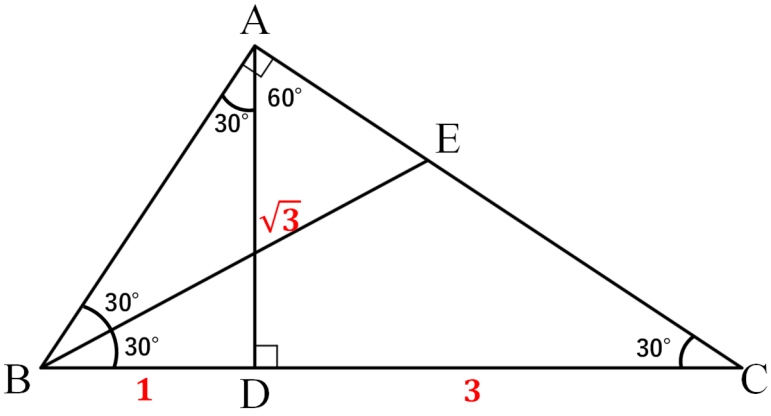


$0<t<1$



【大問 4】

問 1（4 点）



EB＝EC より，∠EBC＝a とすると，∠ECB＝a，また∠ABE＝a なので，

$3a$＝90　a＝30　BD＝1 とすると，∠ABD＝60°，∠ADB＝90° より，

AD＝$\sqrt{3}$，∠DAC＝60°，∠ADC＝90° より，DC＝$\sqrt{3}\times\sqrt{3}$＝3となる。

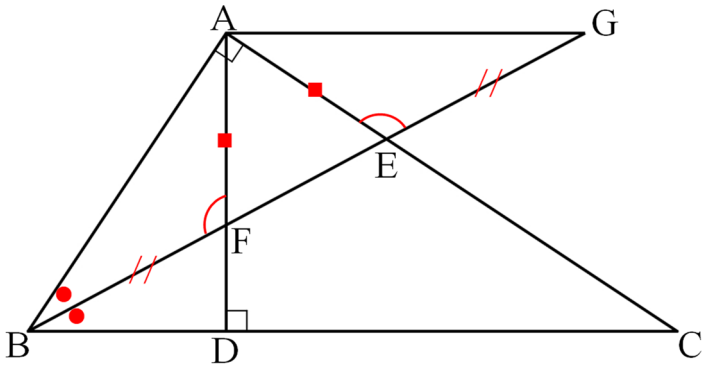
よって DC の長さは BD の長さの **3 倍**

問 2（1）

（ア）（2 点）AGE（AGF，AGB も可）

（イ）（ウ）（アが正答の場合のみ完 2 点）ABF，AGE（順不同）

問 2（2）（8 点）



△ABF と△AGE において，

仮定より，BF＝GE……①

∠CBG＝∠ABF……②，∠ADB＝∠BAC＝90°

（三角形の外角はそれと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいので，）

∠AFB＝90°＋∠CBG，∠AEG＝90°＋∠ABF

よって，∠AFB＝∠AEG……③

③より，∠AFE＝∠AEF となり，△AFE は二等辺三角形となるから，

AF＝AE……④

①，③，④より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABF≡△AGE

対応する角はそれぞれ等しいので，∠ABF＝∠AGE……⑤

②，⑤より∠CBG＝∠AGE，錯角が等しいので，BC//AG

＜部分点＞

・①が導かれている……2 点　・③が導かれている……2 点

・④が導かれている……1 点　・⑤が導かれている……1 点

【コメント】

問 1 は有名角がたくさん出てくることにすぐ気づければ定期テストレベルの問題ですね。

問 2 の証明，昔（2014 年度）の北海道の正答例では（三角形の外角はそれと隣り合わない 2 つの内角の和に等しい）を書いていませんでした。書かなくても〇貰えるらしいです。

【大問 5】

問 1（1）（3 点）

100×300×2＝**60000**

問 1（2）（8 点）出典：令和 3 年度滝高校

サイコロ X，Y，Z，W の目の出方は，6^4 通りある。……②

I）W の目が素数のとき，$d=b+1$ なので，①に代入し整理して，

$x=a-c$　$x=4$ のとき，$a-c=4$ となるから，

（a, c）は（(6, 2) (5, 1) の）2 通りなので，X，Z の目も 2 通り

Y の目が 6 通り，W の目が 3 通りあるので，$2\times6\times3=6^2$ 通り……③

II）W の目が素数でないとき，$d=-b$ なので，①に代入すると，

$a+bx=c-bx$，$x=\dfrac{c-a}{2b}$，ここで，$c-a<6$，$b\geqq2$ より，$\dfrac{c-a}{2b}<\dfrac{3}{2}$

（※）となるから $x=4$ とならない。……④

したがって求める確率は，$\dfrac{6^2}{6^4}=\mathbf{\dfrac{1}{36}}$

＜部分点＞

・②が求められている……2 点　・③が求められている……2 点

・④W の目が素数でないとき，$x=4$ とならないことが説明できている……2 点

・②，③から答えの 1/36 が出せていても，④の説明が無い場合は点を与えない（4 点となる）

※$\dfrac{c-a}{2b}\neq4$ であることを説明していればよいので，

$c-a\leq5$，$b\geq2$ より，$\dfrac{c-a}{2b}<4$ などでもよい。$\dfrac{c-a}{2b}<4$ が説明できていればよい。

問 2（8 点）

△BCE は二等辺三角形で，△BCD≡△ECD より∠BCD =∠ECD だから，CD⊥BE，CD と BE の交点は BE の中点となる……①

また，CA：CB＝BD：DA＝2：1……②なので

$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CD}\times\dfrac{1}{2}\mathrm{BE}\times3=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AC}\times\mathrm{BF}$ ……③ ……④

$\mathrm{BE}=t\mathrm{BC}$ とすると，$\mathrm{BF}=\dfrac{3\mathrm{CD}\times\mathrm{BE}}{2\mathrm{AC}}=\dfrac{3\mathrm{CD}\times t\mathrm{BC}}{4\mathrm{BC}}=\dfrac{3}{4}t\mathrm{CD}=\dfrac{3t}{4\sqrt{2}}\mathrm{OC}$ ……⑤

$\dfrac{3t}{4\sqrt{2}}=\dfrac{3}{8}$ より，$t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$**倍**

＜部分点＞

・①～②が書かれた上で③が導かれているなら 4 点，①～②が書かれていないが③が書かれている場合 2 点

・④が導かれている……1 点

・⑤，CD＝OC/√2 が書かれてある……1 点

※①，理由は「四角形 BCED は凧形四角形だから」でも可

※①，北海道の証明以外の問題では，合同証明までする必要はない。ただし軽い(この匙加減が結構難しいが……)根拠は書く必要がある。

※②，CD は∠ACB の二等分線である。例の公式。

【コメント】

問 1 は（2）だけじゃ厳しいかなと思い（1）もつけてみましたが，(2) 解けるような人間は（1）の誘導無しでも解けますね。とりあえず②だけでも書いてください。問 2 は難易度が読めません。自分で作りましたが，こんな問題解けて何になるんでしょうね。