令和６年度　北海道公立高校入試　数学　予想問題　解答解説

【大問 1】

問 1（**3** 点×**3**）

(**1**)

$$0.875\div(-0.125)^2=\frac{7}{8}\div\left(-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{7}{8}\times(-8)^2=\mathbf{56}$$

(**2**)

$765\times30759-759\times30765$

$=765\times(30000+759)-759\times(30000\times765)$

$=765\times30000-759\times30000$

$=6\times30000=\mathbf{180000}$

(**3**)

$$\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^8-\frac{1}{2^3}\left(\sqrt{3}\right)^4+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^8$$

$$=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^8-2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^8$$

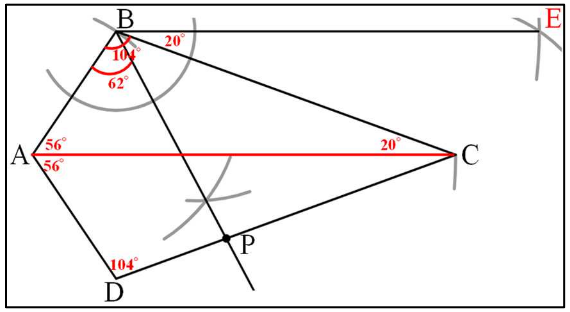
$x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$と置くと，

$$x^8-2(xy)^4+y^8=\left(x^4-y^4\right)^2=\left\{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)\right\}^2$$

$x^2+y^2=\dfrac{6}{4}+\dfrac{2}{4}=2$，$x^2-y^2=\dfrac{6}{4}-\dfrac{2}{4}=1$ なので，$(2\times1)^2=\mathbf{4}$

※そのまま計算しても十分速いと思われる

問 2（**6** 点）



※赤い線・文字は解説のために書き加えている

四角形 ABCD は凧形四角形となる。よって，AC を結ぶと，AC は∠BAD，∠BCD の二等分線となるので，

∠BAC＝56°，∠BCA＝20°，よって，∠ABC＝104°

コンパスで AB，AC の長さを測り取り，平行四辺形 ACEB を作図する。

すると，∠ABE＝124°

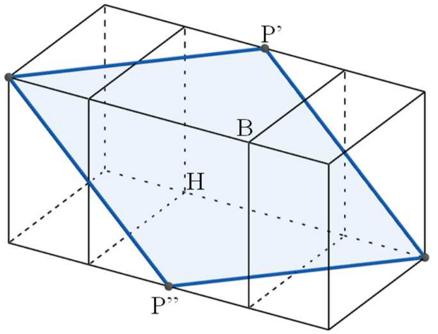
∠ABE の二等分線を引き，DC との交点を P とする。

∠ABP＝62°，∠BAD＝112°，∠ADC＝104° となるので，

∠BPD＝360－104－112－62＝82° となる。

問 3（1）（4 点）

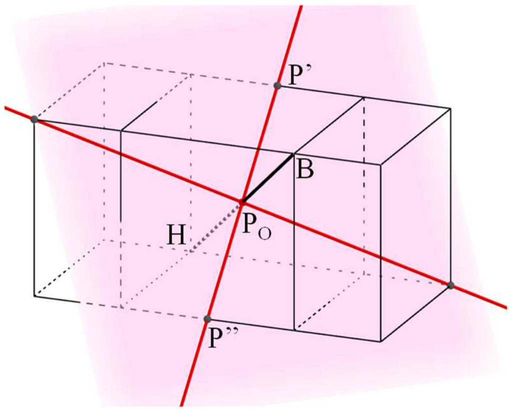
＜点を取ることだけを考えるなら＞



「点 P が，BP＝HP を満たしながら動くとき，点 P はある多角形の辺上および内部を動きます。」とあるので，点 P が直方体の辺上にあるときだけ考えて（都合の良い点だけ考えて），それを線で結べばよい。

左図の 4 点が BP＝HP となる，直方体の辺上の点 P である。嬉しいことに，この多角形は 1 辺の長さが$4\sqrt{2}$ cm のひし形，さらに P’P”の長さも$4\sqrt{2}$ cm となるので，結局，1 辺の長さが$4\sqrt{2}$ cm の正三角形 2 つ分の面積となる。正方形 ABCD の面積は 16 cm^2，点 P が動いてできる多角形の面積は，$2\times\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=16\sqrt{3}$ cm^{2}なので，正方形 ABCD の$\sqrt{3}$**倍**

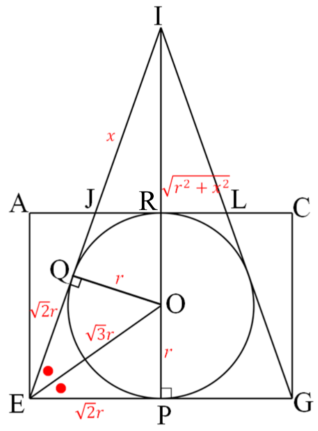
＜それなりにちゃんと解説するなら＞



BH の中点を P$_O$とする。BP＝HP となるには，点 P が線分 BH の垂直二等分線上を動けばよい。平面ならそれで瞬殺だが，空間図形なので垂直二等分線が無限にあり難しい。

直線 P’P”が垂直二等分線の一つなのはすぐ分かる。この垂直二等分線がくるくる回転していると考えれば，たぶん，垂直二等分線たちが同一平面上に存在すると理解しやすい。点 P は，直線 BH に垂直な面上を動く。だから結局，↑のような解答で良いのである。

問 3（2）（5 点）



長方形 AEGC を通る平面で考える。球の中心を O とし，点 O から EG，EI に垂線を下ろし交点をそれぞれ P，Q とする。

IQ＝x と置くと，IO＝$\sqrt{r^2+x^2}$

右図より，EI：EP＝IO：OP

$$\left(\sqrt{2}r+x\right):\sqrt{2}r=\sqrt{r^2+x^2}:r$$

$$\sqrt{2}\sqrt{r^2+x^2}=\sqrt{2}r+x$$

両辺を 2 乗して，

$$2r^2+2x^2=2r^2+2\sqrt{2}xr+x^2$$

$$x^2-2\sqrt{2}rx=0,\quad x\left(x-2\sqrt{2}r\right)=0,$$

$x>0$ より，$x=2\sqrt{2}r$

IO＝3r，IO と JL の交点を R とすると，IR＝2r

△IJL∽△IEG で，相似比が 1：2 となるから，

$$\mathrm{JL}=\sqrt{2}r,\ \mathrm{JR}=\frac{\sqrt{2}}{2}r,\ \mathrm{IJ}=\sqrt{\frac{1}{2}+4}r=\frac{3}{\sqrt{2}}r$$

同様に△IJK∽△IEF より，JK＝r

JK の中点を S とすると，

$$\mathrm{JS}=\frac{1}{2}r\text{なので，}\ \mathrm{IS}=\sqrt{\frac{9}{2}-\frac{1}{4}}r=\frac{\sqrt{17}}{2}r$$

$$\triangle\mathrm{IJK}=\frac{1}{2}\times r\times\frac{\sqrt{17}}{2}r=\boldsymbol{\frac{\sqrt{17}}{4}r^2}$$

※いないとは思うが，∠OEP＝x と置くと，

$$\tan x=\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{EP}}=\frac{1}{\sqrt{2}},\quad \tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}\text{なので，IO}=3r$$

としてもよい。メネラウスの定理も使えるか。

問 4（5 点）

$(\mathrm{P}-\mathrm{A})^2$の値

	降水あり (確率 a)	降水なし (確率 $1-a$)
1 日	0.01	0.81
2 日	0.25	0.25
3 日	0.81	0.01

ブライアスコアとして考えられる値は，

$\dfrac{0.01+0.25+0.01}{3}=0.090$，$\dfrac{0.01+0.25+0.81}{3}\approx 0.357$，$\dfrac{0.81+0.25+0.81}{3}\approx 0.623$

の 3 通りである。

0.090 になる確率は，$a\times a\times(1-a)+a\times(1-a)\times(1-a)=a-a^2$

0.357 になる確率は，

$a\times a\times a+a\times(1-a)\times a+(1-a)\times a\times(1-a)+(1-a)\times(1-a)\times(1-a)$

$=a^2+(1-a)^2=2a^2-2a+1$

0.623 になる確率は，$(1-a)\times a\times a+(1-a)\times(1-a)\times a=a-a^2$

「3 日間のブライアスコアが 0.5 未満ならアキトさんの勝ち，0.5 以上なら達也さんの勝ち」なので，

アキトさんの勝つ確率は，$a-a^2+2a^2-2a+1=a^2-a+1$

達也さんの勝つ確率は，$a-a^2$

$a^2-a+1=3\left(a-a^2\right)$，$4a^2-4a+1=0$，$(2a-1)^2=0$

$0\leq a\leq 1$ より，$\boldsymbol{a=\dfrac{1}{2}}$

※解の公式でも解けるのでギリギリセーフです

※結局 1/2 です！真面目に計算せず勘で書いた方が良いかもしれませんね，そういうこともあります。

問 5（完 4 点）

(1) ア・エ

ア…「錦鯉のライブに来るような小学生」のみを抽出してしまう。錦鯉のライブに来ない小学生も，もちろんいる。

イ…いわゆる「クラスター抽出法（集落抽出法)」である。

ウ…理想的な方法。「単純無作為抽出法」である。

エ…「駅に来るような小学生」のみを抽出してしまう。駅に来ない小学生もいる。

理想は「ウ」だが，現実的でないときは「イ」のような方法も行う。ア・エは明らかにダメ×。

(2) イ

A…解釈が回答者ごとに異なる，a

B…錦鯉のネタは（少なくとも道産子にとっては）他にもたくさんあることは常識。考えられるすべての回答が選択肢に示されていないので，c

C…これで誘導される子が果たしているのかは疑問だが，にしたって余計な文面を加えている。回答を誘導しているので，b

【大問 2】

問 1（1）（完 4 点）

n 小節(4/4 拍子)では，4 分音符が $4n$ 個ある。

b BPM　……　60 秒間に 4 分音符が b 個

$$\downarrow \times \frac{4n}{b}$$

$\frac{240n}{b}$秒間に 4 分音符が $4n$個　　$(ア)$ $\mathbf{\frac{240n}{b}}$

よって，160 BPM，n＝68 なので，$\frac{240\times 68}{160}=3\times 34=(イ)$ **102**

問 1（2）（完 6 点）

$t=\frac{240n}{b}$ より，$n=\frac{bt}{240}$

$n_1+n_2=68$ より，$\frac{b_1t_1}{240}+\frac{b_2t_2}{240}=68\cdots\cdots$①

$t_1+t_2=t\cdots\cdots$②　①$\times\frac{240}{b_2}$ より，

$\frac{b_1}{b_2}t_1+t_2=\frac{16320}{b_2}\cdots\cdots$③　③－②より，

$\left(\frac{b_1}{b_2}-1\right)t_1=\frac{16320}{b_2}-t$　両辺にb_2をかけて，

$(b_1-b_2)t_1=16320-b_2t$，$\mathbf{t_1=\frac{16320-b_2t}{b_1-b_2}\left(=\frac{b_2t-16320}{b_2-b_1}\right)}$

$t_2=t-t_1=\mathbf{\frac{b_1t-16320}{b_1-b_2}\left(=\frac{16320-b_1t}{b_2-b_1}\right)}$

問 2（7 点）

＜解答例 1＞

$ap=m\cdots\cdots$①，$7p=m+59\cdots\cdots$②

①より，$p=\frac{m}{a}$なので，②に代入し整理して，$ma-7m+59a=0\cdots\cdots$③

$(m+59)(a-7)=-413$

m，aは自然数なので，$m+59$ も自然数，$a-7$ は整数となる。……④

よって，$m+59=413$，$m=354$

このとき，$a-7=-1$ より，$a=6$，$p=354\div 6=59$

$\mathbf{m=354}$，$\mathbf{p=59}$，$\mathbf{a=6}$

＜解答例 2＞

$ap=m\cdots\cdots$①，$7p=m+59\cdots\cdots$②

①を②に代入し整理して，$p=\frac{59}{7-a}\cdots\cdots$③

pは自然数なので，$\frac{59}{7-a}$ も自然数となる。aは自然数なので……④，$a=6$

このとき，$p=59$，$m=6\times 59=354$

$\mathbf{m=354}$，$\mathbf{p=59}$，$\mathbf{a=6}$

＜部分点・減点基準＞

・①，②から p or m を消去し，③が導かれている……3 点

・a，m，p が求められている……完 4 点，ただし，④が書かれていない場合，3 点減点

【大問 3】

問 1（6 点）

＜部分点・減点基準＞

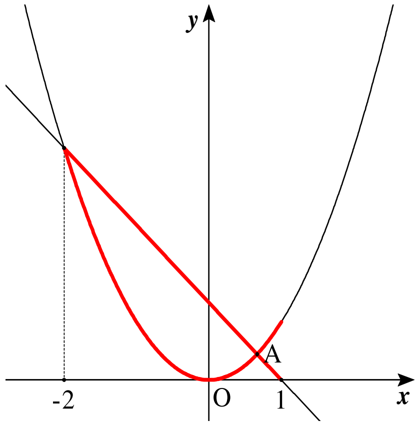
・③，④が導かれている……各 1 点

・③，④が導かれた上で，⑤が導かれている……1 点

・⑥が導かれている……1 点

・⑤，⑥が導かれた上で，⑦が導かれている……1 点

・①，②における最小値 c，最大値 d は，その値をとるときの x の値も書く。1 つでも書かれていない場合，③，④，⑤，⑦で得た点から 2 点減点



$-2 \leqq x \leqq 1$ において，①は$x=0$ で$c=0$，$x=-2$ で$d=4a$

②は$x=1$ で$c=-1+b$，$x=-2$ で$d=2+b$ をとる。

よって，$\begin{cases} -1+b=0 \cdots\cdots ③ \\ 2+b=4a \cdots\cdots ④ \end{cases}$，④－③より，$4a=3$，$a=\dfrac{3}{4}\cdots\cdots ⑤$

$y=-x+b$は $\mathrm{A}\left(t, at^2\right)$を通るので，$b=at^2+t\cdots\cdots ⑥$

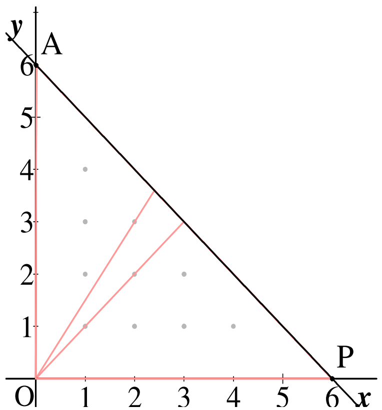
⑤，⑥を③に代入し，$\dfrac{3}{4}t^2+t-1=0$，$3t^2+4t-4=0$

$t>0$ より，$t=\dfrac{2}{3}\cdots\cdots ⑦$　$\boldsymbol{a=\dfrac{3}{4}，t=\dfrac{2}{3}}$

問 2（4 点）

A（t，$-t+6$）より点 A は $y=-x+6$ 上にあることが分かる。点 P（6, 0）も $y=-x+6$ 上にある。右図から，直線 OA が（2, 3）を通るとき，△OAP の内部に格子点（x 座標と y 座標がともに整数となる点）がちょうど 6 個あることが分かる。このとき直線 OA は$y=\dfrac{3}{2}x$なので $\mathrm{A}\left(\dfrac{12}{5},\dfrac{18}{5}\right)$

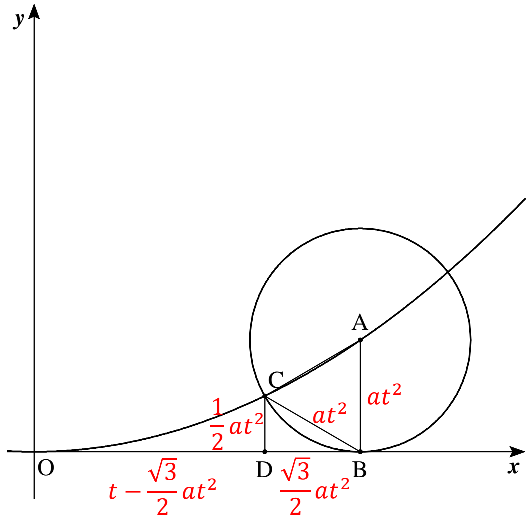
直線 OA の傾きを小さくしていくと傾き 1 となるとき（点 A の座標が（3, 3）となるとき），格子点



が 4 個となる。$\mathrm{A}\left(\dfrac{12}{5},\dfrac{18}{5}\right)$のとき$a=\left(\dfrac{18}{5}\right)\div\left(\dfrac{12}{5}\right)^2=\dfrac{18}{5}\times\dfrac{25}{144}=\dfrac{5}{8}$，

A(3, 3)のとき，$a=\dfrac{1}{3}$なので，求める範囲は，$\boldsymbol{\dfrac{1}{3}<a\leqq\dfrac{5}{8}}$

問 3（8 点）



＜部分点・減点基準＞

・④が導かれている……3 点

・④が導かれた上で，⑤が導かれている……1 点

・⑤が導かれた上で，⑦が導かれている……2 点

・⑦が導かれた上で，⑧が導かれている……2 点

・⑥が説明されていない場合，⑦，⑧で得た点から 2 点減点。$at^2\neq 0$が分かるような表現であれば良い。

点 C から y 軸に平行な直線を引き，x 軸との交点を D とする。

$\angle\mathrm{BAC}=60°$となるとき △ ABC は正三角形となる$\cdots\cdots$② から，

$\mathrm{AB}=at^2$より，$\mathrm{BC}=at^2$，$\angle\mathrm{CBD}=30°\cdots\cdots$③となるので，

$\mathrm{CD}=\dfrac{1}{2}at^2$，$\mathrm{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}at^2$となる。B の$x$座標は$t$なので，

D のx座標は$t-\dfrac{\sqrt{3}}{2}at^2$となるから，$\mathrm{C}\left(t-\dfrac{\sqrt{3}}{2}at^2, \dfrac{1}{2}at^2\right)\cdots\cdots$④

①上の点なので，$\dfrac{1}{2}at^2=a\left(t-\dfrac{\sqrt{3}}{2}at^2\right)^2\cdots\cdots ⑤=at^2\left(1-\sqrt{3}at+\dfrac{3}{4}a^2t^2\right)$

$at^2>0\cdots\cdots$⑥より，$\dfrac{1}{2}=1-\sqrt{3}at+\dfrac{3}{4}a^2t^2\cdots\cdots$⑦，

整理して，$3a^2t^2-4\sqrt{3}at+2=0$，$at<\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$より，$\boldsymbol{at=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}}\cdots\cdots$⑧

【大問 4】

問 1（完 **4** 点）

△ABC において，∠B は鈍角だから，（ア）AC^2 $>$ AB^2+BC^2

△BCD において，∠C は鋭角だから，（イ）BD^2 $<$ CB^2+CD^2

※直角だと　＝　になる。

問 2（ウエオ）（完 **4** 点）（カ）（**8** 点）

（みちおさんの証明）

△DAE と△CAB において，

まず，△DAC と△EAB において，

仮定から，∠(ウ)**DAC**＝∠(エ)**EAB**，∠DCA＝∠EBA

2 組の角がそれぞれ等しいから，△DAC∽△EAB

対応する辺の比は等しいので，

DA：CA＝EA：BA……①

∠DAE＝∠(ウ)**DAC**－∠(オ)**EAC**

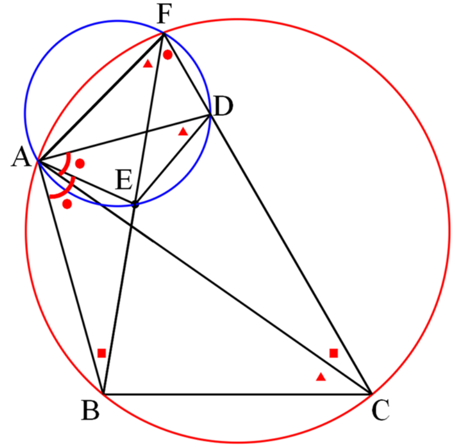
∠CAB＝∠(エ)**EAB**－∠(オ)**EAC**

であるから，∠DAE＝∠CAB……②

①，②から 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△DAE∽△CAB

（布川さんの証明）



△DAE と△CAB において，

仮定から，∠(ウ)**DAC**＝∠(エ)**EAB**

∠DAE＝∠(ウ)**DAC**－∠(オ)**EAC**

∠CAB＝∠(エ)**EAB**－∠(オ)**EAC**

であるから，∠DAE＝∠CAB……①

直線 BE と直線 CD の交点を F とする。

(カ)

2 点 B，C が直線 AF について同じ側にあり，仮定から∠DCA＝∠EBA となるので，4 点 A，B，C，F は同一円周上にある。

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，∠CAB＝∠CFB……②

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから，∠BFA＝∠BCA……③

①，②より∠DAE＝∠CFB だから，同様に 4 点 E，A，F，D は同一円周上にある。

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角だから∠BFA＝∠EDA……④

③，④より，∠EDA＝∠BCA……⑤

①，⑤　から，2 組の角がそれぞれ等しいので，△DAE∽△CAB

＜部分点・減点基準＞

・②，③が導かれている……それぞれ各 1 点

・④，⑤が導かれている……それぞれ各 2 点

【大問 5】

問 1（ア）（3 点）

変量$x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$の平均$\bar{x}$は，$\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1} + x_n}{n}$，となる。

全てのデータを 2 倍し 3 加えると，

$$\frac{2x_1 + 3 + 2x_2 + 3 + \cdots + 2x_{n-1} + 3 + 2x_n + 3}{n}$$

$$= \frac{(2(x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1} + x_n) + 3n)}{n}$$

$= 2\bar{x} + 3$　となるので，**$2a+3$**

変量 x の平均が$\bar{x}$のとき，新たな変量 $u = ax + b$ を定めると，
平均 $\bar{u} = a\bar{x} + b$となる。

問 1（イ）（3 点）

＜文科省の定義で説明する＞第一四分位数 c は 36 位（兵庫県）の値，第三四分位数（e とする）は 12 位（山口県）の値である。四分位範囲 $d=e-c$ より，$e=c+d$，第三四分位数が 2 倍になって 3 加えられると $2e+3$ となるので，$2e+3=$**$2(c+d)+3$**（＝**$2c+2d+3$**）

※なお，文科省の定義でも計算機の定義でも Tukey の定義でも，今回の問題は四分位数が文字で置かれているので，結局答えは同じ。ノープロブレム。

問 2（完 5 点）

$$10\text{ 万人当たりのパチンコ店舗数} = \frac{\text{店舗数} \times 10\text{ 万}}{\text{人口}}$$

（1）（3）は，全ての都道府県の「10 万人当たりのパチンコ店舗数」が 1.2 倍されるので，最小値も最大値も 1.2 倍される。両方増えているのはアとキになるが，ここで，鹿児島県の 12.08 を 1.2 倍すると，14.5 よりは小さいことが分かる。キは明らかに最大値が大きくなりすぎているので，「ア」となる。

（2）人口が 1.2 倍されるので「10 万人当たりのパチンコ店舗数」は 1/1.2 倍される。最小値も最大値も減るので，両方減っているのはイとクになるが，ここで，鹿児島県の 12.08 を 1/1.2 倍すると，どう考えても 10 よりは大きくなる。クは最大値が 10 以下なので，「イ」となる。

（4）上位 23 道県に 1 加えているので，最小値，第一四分位数，中央値は変化しない。最大値，第三四分位数のみが増加しているのはウのみ。

（5）下位 23 都府県に 1 加えているので，最大値は変化しない。最小値はどう考えても増加するので，エ。

（6）最大値と最小値は変化しないのでオかケ。12 位～36 位に＋1 しているので，中央値も＋1 となる。A では宮城の 7.45 が中央値であったが，＋1 なので 8.45 が新たな中央値。「オ」となる。

（1）**ア**（2）**イ**（3）**ア**（4）**ウ**（5）**エ**（6）**オ**

※ちなみにカは，上位 23 道県－1，下位 23 都府県＋1，キは全都道府県×1.23，クは全都道府県÷1.21，ケは最大値・第三四分位数・中央値・第一四分位数，最小値以外の都道府県＋0.5 している。

※我ながら「ヒデェ問題だ」と思うが，共通テストや某神奈川の問題だって，これ以上にせこい問題出題していた。セーフ。細かい数値で判断が必要な問題だが，最大値と中央値のみで判断可能，これならどの定義でも値は同じなのでセーフ。

問 3（5 点）

＜文科省の定義で説明する＞

・岡山県（33 位）は第一四分位数以上中央値以下である
・最大値，中央値，最小値は変わっていない
・第一四分位数は減少，第三四分位数は増加している

第三四分位数を増加させれば良い。第三四分位数は 12 位（山口県）なので，12 位～23 位いずれか 1 つが除外可能となる。

したがって，**10 万人当たりのパチンコ店舗数上位 12～23 位のいずれか 1 つの道県**となる。

※当たり前だが，道県を都道府県と書いても可，「いずれか 1 つ」無くても可。

※エクセルでも Tukey の定義でも結局最大値・中央値・最小値を変えず，第一四分位数減少・第三四分位数増加をさせるには，上記のようになる。値は微妙に異なるが，そのために横軸を書いていない。

※第三四分位数は，山口除外すると(8.85+8.41)÷2，それ以外除外すると(8.85+8.43)÷2 である。どっちを除外しても良い。そのために「目盛りの間隔は一定とは限らない」とか書いてある。