好き嫌いも個人差もある 270°		
範囲：平面図形	難易度：★×？	得点　　　　　/20

出典：2016 年度　洛南高校

図の四角形 ABCD において，

$$AB=7,\ BC=2,\ CD=3,\ DA=6,\ \angle ABC+\angle ADC=270^\circ$$

である。この四角形の内部に点 E を

$$\angle ABE=\angle ACD,\ \angle BAE=\angle CAD$$

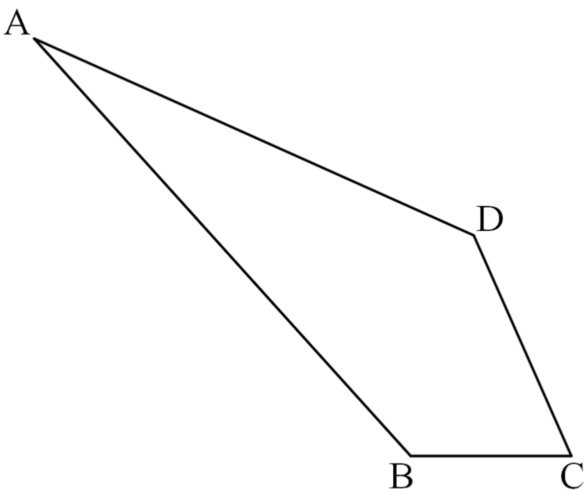
となるようにとる。このとき，次の問いに答えよ。

（1）BE×AC の値を求めよ。

（2）ED×AC の値を求めよ。

（3）∠BED の大きさを求めよ。

（4）BD×AC の値を求めよ。

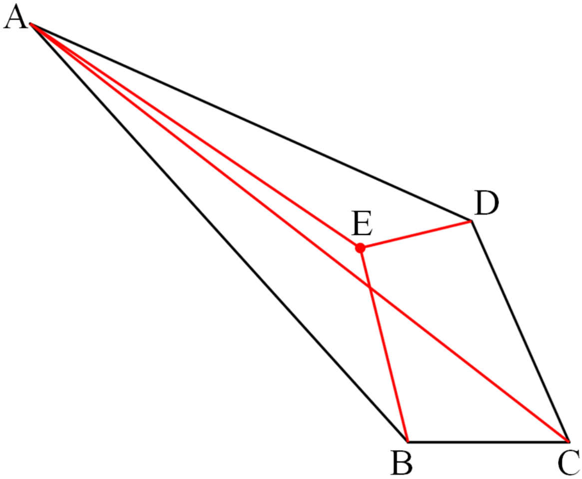


【ヒント】

（1）：ただの相似

（2）：これも実はただの相似，見つけづらいが。これですべて決まる。

（3）・（4）：（2）が解ければ余裕



【解答例】

（1）（5 点）

△EAB∽△DAC より，

EB : DC＝AB : AC なので，

BE×AC

＝DC×AB＝3×7＝**21**

（2）（5 点）

Point 気づきづらいが，

△EAD∽△BAC である！

今回は証明の必要ないので「まあこうだろうな！」と進むのもアリ（※）

△EAD∽△BAC より，

ED：BC＝AD：AC なので，ED×AC＝BC×AD＝2×6＝**12**

（3）（5 点）

∠BEA＝∠ADC，∠AED＝∠ABC なので，∠BEA＋∠AED＝270°

よって，∠BED＝360° －270° ＝**90°**

（4）（5 点）

$BD \times AC = \sqrt{BE^2 + ED^2} \times AC$

$= \sqrt{BE^2 \times AC^2 + ED^2 \times AC^2} = \sqrt{(BE \times AC)^2 + (ED \times AC)^2} = \sqrt{21^2 + 12^2}$

$= \sqrt{585} = \mathbf{3\sqrt{65}}$

（※）△EAD∽△BAC の証明例

△EAD と△BAC において，

∠EAD＝∠BAD－∠BAE，∠BAC＝∠BAD－∠CAD

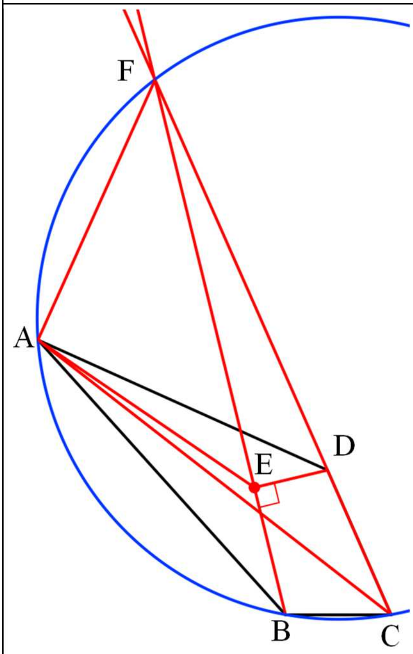
仮定より∠BAE＝∠CAD なので，∠EAD＝∠BAC……①

△EAB∽△DAC より（対応する辺の比は等しいから），

EA：BA＝DA：CA……②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△EAD∽△BAC



①までは同じ

直線 BE と CD の交点を F とする。

2 点 B, C が直線 AF について同じ側にあり，∠ABF＝∠ACF となるので，4 点 A，B，C，F は同一円周上にある。

よって，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，

∠BAC＝∠BFC……③

①，③より，∠EAD＝∠BFC，2 点 A，F が直線 ED について同じ側にあるので，4 点 E，A，F，D は同一円周上にある。よって$\overset{\frown}{EA}$に対する円周角だから∠EFA＝∠EDA，また$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから∠EFA＝∠ACB となるので，

∠EDA＝∠ACB…④

①，④より 2 組の角がそれぞれ等しいから，△EAD∽△BAC

【コメント】

リクエスト貰ったので解いてみた問題です。「誘導が有能」とのことですが……△EAD∽△BAC に気づくか気づかないか問題ですね。私はこの証明を面倒くさい方でやりました。(3) は明らかに有名角ですし，(4) は (3) 分かれば三平方ですので，何でしょう，勘でもあたってしまいますね。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/